Řešení písemné zkoušky z matematiky.
Datum konání zkoušky: 29. května 2007
VARIANTA A

Příklad č.1:
Hodnost matice soustavy je rovna 2, takže dimenze vektorového prostoru řešení je rovna 3. Báze vektorového prostoru řešení je např. $\langle (1,-2,1,0,0), (1,-2,0,1,0), (5,-6,0,0,1) \rangle$.

Příklad č.2:
Matice

$$A = \begin{bmatrix} -32 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -3 \\ 0 & -3 & 5 \end{bmatrix},$$

hodnost matice je $h(A) = 3$, $J_3 = |A| < 0$, $J_2 = \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} > 0$.

Křivka je reálná elipsa. Nový repér je $\left(0, \left\langle \vec{e}_1' = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right), \vec{e}_2' = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \right\rangle\right)$.

Transformační rovnice budou

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}} x' - \frac{1}{\sqrt{2}} y'$$
$$y = \frac{1}{\sqrt{2}} x' + \frac{1}{\sqrt{2}} y'$$

a kanonická rovnice je $\frac{x'^2}{16} + \frac{y'^2}{4} = 1$.

Příklad č.3:

Derivace funkce jsou $y' = -xe^{-\frac{x^2}{2}}$, $y'' = e^{-\frac{x^2}{2}}(x^2 - 1)$. Definiční obor jsou všechna reálná čísla, funkce má jediný extrém- maximum v bodě $[0,1]$. Inflexní body jsou $\left[-1, \frac{1}{\sqrt{e}}\right]$, $\left[1, \frac{1}{\sqrt{e}}\right]$. Funkce je rostoucí na intervalu $(-\infty, 0)$, klesající na $(0, \infty)$.

Příklad č.4:

$$\int x^2 \ln x dx = \begin{bmatrix} u = \ln x & u' = 1/x \\ v' = x^2 & v = x^3/3 \end{bmatrix} = \frac{x^3}{3} \ln x - \int \frac{1}{x} \cdot \frac{x^3}{3} dx = \frac{x^3}{3}\left(\ln x - \frac{1}{3}\right) + c.$$