O S T R A V S K Á U N I V E R Z I T A

TECHNICKÁ MECHANIKA I – STATIKA TUHÝCH TĚLES

Radim Štěpánek

OSTRAVA 2017

Jazyková korektura nebyla provedena, za jazykovou stránku odpovídá autor.

Recenzent: Pavel Dostál
Ostravská univerzita

© Mgr. Radim Štěpánek, Ph.D.
© Ostravská univerzita v Ostravě
ISBN: 978-80-7464-988-2

OSNOVA UČEBNÍHO TEXTU

SEZNAM VYBRANÝCH POUŽITÝCH GRAFICKÝCH SYMBOLŮ, ZNAČEK A ZKRATEK 5
PŘEDMLUVA 8
ÚVOD 9
Početní metoda řešení úloh z technické mechaniky 9
Grafická metoda řešení úloh z technické mechaniky 11
Graficko – početní metoda řešení úloh z technické mechaniky 12
Mezinárodní soustava jednotek SI 14
Základní jednotky SI 14
Doplňkové jednotky SI 15
Odvozené jednotky SI 17
Předpony soustavy SI 18
1 ZÁKLADNÍ POJMY TECHNICKÉ MECHANIKY 22
1.1 Základní rozdělení mechaniky 23
1.1.1 Termomechanika 24
1.1.2 Rozdělení mechaniky tuhých těles – statika, dynamika a kinematika 26
1.1.3 Mechanika tekutin 28
1.2 Vybrané důležité pojmy technické mechaniky 31
2 AXIOMY STATIKY 36
2.1 Axiom o prostoru a čase 36
2.2 Axiom o hmotnosti 38
2.3 Axiom o energii a zachování energie 38
2.4 Axiom o silovém působení 38
2.5 Axiom o příčinné souvislosti mechanického pohybu a silového působení na těleso T . 39
2.5.1 Deformace tělesa 39
2.6 Axiom o styku těles 40
3 STATIKA – VYBRANÉ POJMY 41
3.1 Poloha dokonale tuhého tělesa 41
3.2 Pohyb tuhého tělesa 41
3.3 Základní operace se silami v příkladech 42
3.3.1 Rovinná soustava sil působící v téže vektorové přímce 43
3.3.2 Skládání dvou různoběžných sil 45

3.4 Výslednice obecné soustavy sil ... 48
3.4.1 Grafické řešení výslednice obecné soustavy sil, metoda vláknového mnohoúhelníku ... 48
3.4.2 Momentová věta ... 50
3.4.3 Reakce v nosníku o dvou podporách (1síla) ... 54
3.4.4 Reakce v nosníku o dvou podporách (2 síly) ... 55
4 ROZDĚLENÍ VNĚJŠÍCH (ZATĚŽUJÍCÍCH) SIL ... 57
4.1 Zatěžovací síly v praxi ... 58
4.2 Pružné těleso a teorie pružnosti ... 58
4.3 Délkové a úhlové změny stavu (deformace) ... 59
4.4 Vnitřní síly (napětí) ... 60
4.5 Řešení vnitřních sil Eulerovou metodou (metodou řezu) ... 61
Rozvíjené klíčové kompetence studenta ... 64
Kompetence k řešení problémů ... 64
Matematické kompetence ... 64
Odborné kompetence ... 65
Seznam použitých zdrojů ... 65

SEZNAM VYBRANÝCH POUŽITÝCH GRAFICKÝCH SYMBOLŮ, ZNAČEK A ZKRATEK

Průvodce studiem

Cíl kapitoly

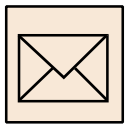
Klíčová slova

Čas na prostudování kapitoly

Kontrolní otázky

Pojmy k zapamatování

Shrnutí


Korespondenční úkol

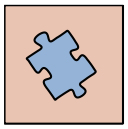
Doporučená literatura

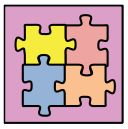
Řešený příklad

Otázky k zamyšlení

Část pro zájemce

Úlohy k textu


Testy a otázky


Řešení a odpovědi

A	práce silové dvojice	[J]
A_i	práce vykonaná i-tým prvkem silové soustavy	[J]
A_{def}	práce deformační	[J]
b	šířka	[m]
c	součinitel vzpěrnosti	[-]
c_I, c_{II}, c_{III}	součinitel snížení napětí	[-]
d, D	průměr	[m]
E	Youngův modul pružnosti (modul pružnosti v tahu)	[MPa]
e	exentricita	[m]
F	síla	[N]
F_d	doplňková síla	[N]

F_{RA}, F_{RB}	reakční síla	[N]
F_T	třecí síla	[N]
F_{kr}	kritická síla	[N]
F_q	síla náhradní za rovnoměrné zatížení	[N]
F_t	posouvající síla	[N]
F_v	výsledná síla	[N]
G	modul pružnosti ve smyku	[MPa]
H	pólová vzdálenost	[mm]
h	výška	[m]
i	poloměr osového kvadratického momentu	[m]
J_p	polární kvadratický moment	[m^4]
J_x	kvadratický moment průřezu	[m^4]
J_y	osový kvadratický moment	[m^4]
J_{yz}	deviační kvadratický moment	[m^4]
j	poloměr kvadratického momentu průřezu	[m]
k	součinitel míry bezpečnosti	[-]
k_d	bezpečnost vůči meznímu stavu deformace	[-]
k_k	bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti	[-]
k_v	bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability	[-]
l	délka	[m]
l_{red}	redukovaná délka	[m]
l_0	původní délka	[m]
M	moment síly	[N*m]
M_k	krouticí moment	[N*m]
M_o	ohybový moment	[N*m]
$M_{o,red}$	redukovaný ohybový moment	[N*m]
m	hmotnost	[kg]
m	Poissonova konstanta	[-]
N	normálová síla	[N]
n	otáčky	[s^{-1}]
p	tlak	[MPa]
p_D	dovolená hodnota pro tlak	[MPa]
q	rovnoměrné zatížení na jednotku délky	[$N*m^{-1}$]
q(l)	liniové síly	[$N*m^{-1}$]
r, R	poloměr	[m]
R_m	smluvní mezi pevnosti	[MPa]
S	plocha průřezu	[m^2]
S_M	plocha momentového obrazce	[mm^2]
S_0	původní plocha průřezu	[m^2]
T	kladná posouvající síla	[N]
U	lineární moment průřezu	[mm^3]
u	posuv působišť sil silové dvojice	[-]
V	objem	[m^3]
V_0	počáteční objem	[m^3]
W	energie napjatosti	[J]
W_c	celková energie	[J]
W_k	průřezový modul v krutu	[m^3]
W_o	průřezový modul v ohybu	[m^3]
w	objemová hustota energie	[$J*m^{-3}$]
x_m	souřadnice těžiště vztažného průřezu	[-]

x_R	poloha bodu R střednice v kartézském globálním souřadnicovém systému	[-]
y	průhyb	[mm]
α	součinitel koncentrace napětí	[-]
α_l	teplotní součinitel délkové roztažnosti	[K^{-1}]
Δl	prodloužení prutu	[mm]
ε	poměrné prodloužení	[-]
λ	štíhlost prutu	[-]
λ_K	kritická štíhlost prutu	[-]
μ	Poissonovo číslo	[-]
σ	normálové napětí	[MPa]
σ_{ex}	extrémní hodnoty napětí v kořeni vrubu	[MPa]
σ_n	nominální napětí	[MPa]
σ_x	normálové napětí v podélném směru vzorku (osa x)	[MPa]
τ	tečné napětí	[MPa]
τ_{max}	maximální tečné napětí	[MPa]
τ_{MK}	materiálová konstanta	[-]
υ	počet použitelných statických podmínek	[-]
υ_F	počet použitelných silových statických podmínek	[-]
υ_M	počet použitelných momentových statických podmínek	[-]
φ	úhel natočení	[-]
φ_J	úhel natočení přímky spojené s tělesem v působišti momentu MJ	[-]
φ_R	poloha bodu R střednice v polárním globálním souřadnicovém systému	[-]
ω	úhlová rychlost	[s^{-1}]

BoZP	Bezpečnost a ochrana zdraví při práci

PŘEDMLUVA

Studijní text Technická mechanika I je určen všem posluchačům denního i kombinovaného studia na Katedře technické a pracovní výchovy Pedagogické fakulty Ostravské univerzity, jako doplňující a rozšiřující elektronická opora pro vyučovací předmět Technická mechanika, resp. prvních dvou přednášek.

Cílem textu je podat ucelené a doplňující informace vedoucí k pochopení základních fyzikálně-mechanických procesů, které budoucí učitel odborných technických předmětů potřebuje ve své výuce.

Na trhu najdeme velké množství publikací z oblasti Technické mechaniky, které ovšem předpokládají návaznost na jisté znalosti z průřezových tematických celků, probíraných v rámci školy střední či vysoké.

Z těchto důvodů lze tuto publikaci doporučit především těm z Vás, kteří jste studovali humanitní obory a danou problematiku spatřujete poprvé.

Publikace slouží jako doplňkový a rozšiřující materiál k samotnému výkladu na prvních dvou přednáškách a cvičeních, kde by se z časových důvodů takovýto rozsah učiva nedal uskutečnit.

ÚVOD

Při řešení úloh v Technické mechanice je hlavním předpokladem úspěšného řešení umění správně překreslit skutečnou realitu problému do zjednodušené grafické podoby.
Až vlastním řešením úloh ovšem tuto dovednost časem získáme.
Z tohoto důvodu je tato opora bohatě ilustrována doprovodnými obrázky.
Znalost řešení silových soustav je základ, na kterém budeme stavět v další navazující opoře, věnující se jednotlivým druhům namáhání v nauce o pružnosti a pevnosti.

Početní metoda řešení úloh z technické mechaniky

Jelikož základní metodou pro řešení úloh z technické mechaniky je metoda početní, měl by student ovládat alespoň tyto matematické znalosti:

- Základní operace s čísly - sčítání, odečítání, násobení, dělení, umocňování a odmocňování,
- početní úkony se zlomky a jejich úprava,
- základy trigonometrie,
- praktické použití Pythagorovy věty při řešení pravoúhlého trojúhelníku,
- řešení lineárních rovnic o jedné neznámé,
- řešení soustavy lineárních rovnic o dvou, nebo třech neznámých,
- orientace a vyhledávání ve strojírenských tabulkách,
- pokročilejší uživatelská znalost výpočtů na vědecké kalkulačce.

Pro úspěšné řešení příkladů početní metodou je především nezbytné vybavit se výše zmíněnými tabulkami a vědeckou kalkulačkou.
Toto prosím nepodceňujte! Prokázání orientace v tabulkách, umění najít požadovanou konstantu či vztah, stejně jako umění využít pokročilých funkcí kapesního kalkulátoru může být také součástí celého hodnocení výkonu studenta v předmětu.
Výhody metody: přesný výsledek.
Nevýhody metody: časová náročnost výpočtů, pokročilá matematická znalost, malá názornost.
Typické příklady a oblasti matematiky, se kterými byste měli „hnout“, uvedu následovně.

I. Řešení lineárních algebraických rovnic – opakování základních dovedností

Příklad:

$$10 - 2x = 4x - 14$$

- členy s neznámou veličinou převedeme na levou stranu rovnice, členy bez neznámé na pravou stranu:

$$-2x - 4x = -14 - 10$$

- sečteme obě strany zvlášť:

$$-6x = -24$$

- vynásobíme rovnici -1:

$$6x = 24$$

- vydělíme obě strany rovnice 6 a dostaneme hodnotu neznámé x:

$$x = 4$$

II. Vyjádření neznámé ze vztahu, kdy neznámá je ve jmenovateli – opakování základních dovedností

Příklad:

$$\frac{3}{z} = 0{,}6$$

- vztah vynásobíme neznámou (zbavíme se zlomku):

$$3 = 0{,}6z$$

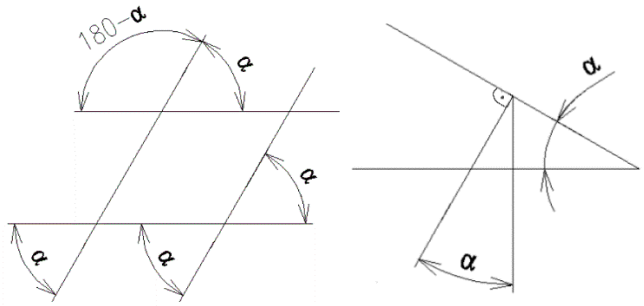
- rovnici vydělíme 0,6 a dostaneme hodnotu neznámé z:

$$\frac{3}{0{,}6} = z$$

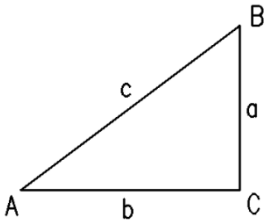
- dopočítáme: $5 = z$

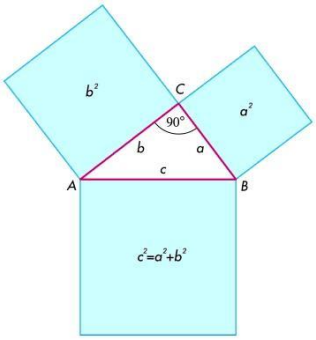
III. Vztahy mezi úhly

Průpravné úlohy mohou sloužit např. pro rozkládání sil na nakloněné rovině:



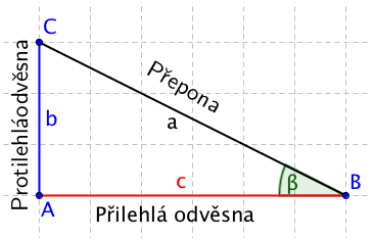
IV. Pravoúhlý trojúhelník a Pythagorova věta





$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

V. Základní goniometrické funkce



$$\sin\beta = \frac{\text{odvěsna protilehlá k úhlu } \beta}{\text{přepona}}$$

$$\cos\beta = \frac{\text{odvěsna přilehlá k úhlu } \beta}{\text{přepona}}$$

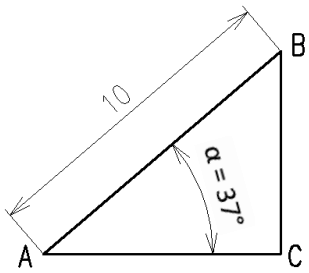
$$\text{tg (tan)}\,\beta = \frac{\text{odvěsna protilehlá k úhlu } \beta}{\text{odvěsna přilehlá k úhlu } \beta}$$

Pro výpočet hodnoty úhlu ze známé hodnoty goniometrické funkce použijeme na kalkulačce tlačítka $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ a $\tan^{-1}$.

Příklad:

Výpočet délky neznámé strany v pravoúhlém trojúhelníku.

Vypočtěte délky stran |AC| a |BC|:



$\cos\alpha = \frac{|AC|}{10} \rightarrow |AC| = 10\text{ cm} * \cos 37° = \underline{7{,}986\text{ cm}}$

$\sin\alpha = \frac{|BC|}{10} \rightarrow |BC| = 10\text{ cm} * \sin 37° = \underline{6{,}018\text{ cm}}$

Tyto příklady využijeme při rozkladu sil do souřadných os – základní úloha při řešení silových soustav.

Grafická metoda řešení úloh z technické mechaniky

Pro praxi je zcela dostačující disponovat rýsovacími pomůckami typu:

- ostře zastrouhané tužky na rýsování,
- dvou trojúhelníků s ryskou,
- úhloměrem,
- kružítkem.

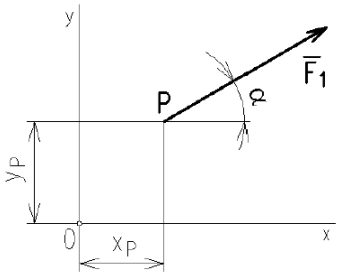
Výhody metody: větší názornost, rychlost provedení.
Nevýhody metody: malá přesnost (přímo úměrná kvalitě rýsování).

Graficko – početní metoda řešení úloh z technické mechaniky

Je kombinací obou předchozích metod. V praxi využitelná tehdy, kdy řešíme problémy, které bývají pomocí využití jen jedné metody těžce řešitelné (například výpočet maximálního ohybového momentu u zatížení nosníku).
Výhody metody: jistota, že mám příklad správně (početní metoda musí odpovídat metodě grafické s odpovídající tolerancí), vynikající názornost.
Nevýhody metody: časová náročnost vyhotovení
Pro různé typy příkladů se budou hodit různé metody výpočtů. My se však budeme snažit nespěchat, a pokud to bude jen trochu možné, využít kombinační, tj. graficko-početní metodu řešení.
Ve výpočtech, resp. nárysech musíme počítat s jistými nepřesnostmi, kdy čísla zaokrouhlujeme na tři desetinná místa a tužkou (na doporučený čtverečkovaný sešit formátu A4) rýsujeme s přesností ± 0,5 mm.
Obě tyto chyby by měly být celkově v toleranci 0,5 % odchylky od skutečné hodnoty, což je pro technickou praxi dostačující.

Síla, zobrazení síly.

Základním pojmem statiky je **síla**. Síla je veličina, která vyjadřuje vzájemné působení těles.
K jejímu úplnému určení nestačí znát jen velikost, ale musí být známý též směr (směrový úhel), smysl a působiště. Síla tedy patří mezi vektorové veličiny (u veličin skalárních postačí udat
velikost). Vektor síly je vázán k určité nositelce – vektorové přímce, po níž lze sílu posunout.
Vektorové veličiny znázorňujeme orientovanými úsečkami („úsečka se šipkou“).



Nebudeme pracovat s pokročilou vektorovou analýzu a zapíšeme vektor síly takto:

$$\mathbf{F_1} = [x_P;\ y_P;\ \alpha;\ F_1(\mathrm{N})]$$

F₁: označení vektoru síly (tučným řezem písma nebo pruhem či šipkou nad označením $\vec{F}_1, \vec{F}_2$)

x_P, y_P: souřadnice působiště (kladná poloosa x směřuje vpravo, kladná poloosa y nahoru)

α: směrový úhel (kladný proti smyslu pohybu hodinových ručiček)

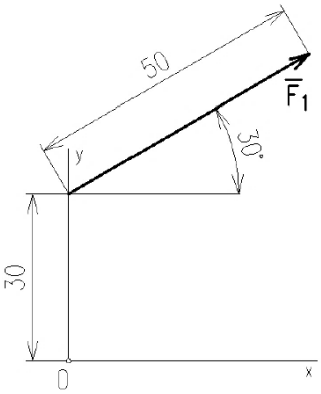
Příklad:

Znázorněte graficky síly:

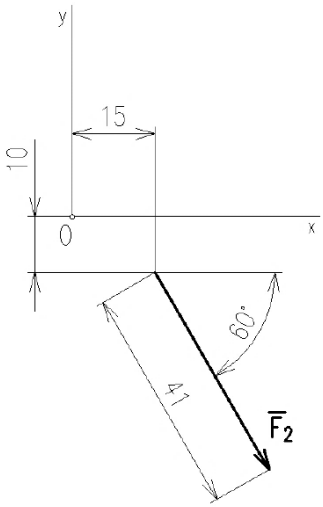
F₁ = [0; 30; 30°; 500 N], m_F = 10 N.mm^{-1},

F₂ = [15; -10; -60°; 8,2 kN], měřítko volte.

Řešení:



$m_F = 200\ (\mathrm{N.mm^{-1}})$.



Abychom mohli sílu nejen znázornit, ale také úlohy se silami graficky řešit, potřebujeme vztah mezi velikostí síly a délkou úsečky, která ji znázorňuje – tedy **měřítko sil** m_F.

Měřítko musíme volit s ohledem na plochu, kterou máme pro zobrazení k dispozici.

$$m_F = \frac{F}{l}\ [N * mm^{-1}]$$

Příklad:

Síla F = 8 kN má být znázorněna úsečkou délky l = 40 mm. Určete měřítko sil.

Řešení:

$$m_F = \frac{8000\ N}{40\ mm} = 200\ [N * mm^{-1}]$$

Mezinárodní soustava jednotek SI

Jedná se o mezinárodně domluvenou normu definující značení a jednotky fyzikálních veličin. Soustava tak, jak ji známe v dnešní podobě, vznikla v roce 1960 původně ze soustavy metr-kilogram-sekunda (MKS), která spadá již do doby Velké francouzské revoluce.

Skládá se ze tří částí - základních jednotek, odvozených jednotek a násobků a dílů jednotek.

Základní jednotky SI

Základních jednotek je sedm a jsou stanoveny pro tyto fyzikální veličiny:

Tabulka 1 – Základní jednotky SI

Fyzikální veličina - název	Značka veličiny	Jednotka	Označení jednotky
Délka	**l**	**metr**	**m**
Hmotnost	**m**	**kilogram**	**kg**
Čas	**t**	**sekunda**	**s**
Elektrický proud	**I**	**ampér**	**A**
Termodynamická teplota	**T**	**kelvin**	**K**
Látkové množství	**n**	**mol**	**mol**
Svítivost	**I**	**kandela**	**cd**

Pro mechaniku jsou důležité především **délka, hmotnost a termodynamická teplota.**
Především u humanitních oborů, kde není velká časová dotace technickým předmětům se setkávám s naprostým nepochopením značení fyzikálních veličin ze stran studentů.
Učí se nazpaměť, co znamená co, a v důsledku si pletou základní veličiny jako je dráha, délka, čas mezi sebou.
Značení veličin vychází mnohdy z anglického (někdy latinského) názvosloví.
Takže v této tabulce např. hmotnost – m – **m**ass, čas – t – **t**ime, délka – l – **l**ength, svítivost – **c**an**d**elpower[1].
Rovněž se tu setkáváme s dalším matoucím fenoménem, který bývá z řad žáků často zmiňován.
Jak to, že se značí elektrický proud a svítivost stejným písmenem?
Odpověď je velmi jednoduchá.
Každá z fyzikálních veličin, která byla vyzkoumána, musí nést svou unikátní kombinaci názvu, značení a jednotky, ve které veličinu měříme.
Ovšem fyzikálních veličin již známe tisíce, ale písmen v abecedě je málo, takže je logické, že se opakují.
Ovšem – kombinační unikátnost zůstává – liší se od sebe v tomto případě názvem a jednotkami.

Pokud budeme odlišovat několik veličin stejného druhu, je výhodné využít označení pomocí dolních indexů.
Tak například budeme-li chtít odlišit několik různých sil, použijeme tolik indexů, kolik je celkový počet sil v příkladu (F_1, F_2, F_3, F_4 atd.).

Doplňkové jednotky SI

Ve starších literaturách se můžeme dozvědět, že doplňkové jednotky SI jsou takové jednotky, o nichž Generální konference pro váhy a míry dosud nerozhodla, zda mají být zařazeny mezi základní jednotky nebo jednotky odvozené.
Definice, doporučené značení odvozených veličin, jejich jednotky a jejich závazné značky jsou upraveny normami řady ČSN ISO IEC 80000 „Veličiny a jednotky“, která od roku 2011 postupně nahrazuje předchozí řadu ČSN ISO 31 (z roku 1992) stejného názvu.
Nyní tedy tento pojem již neexistuje, ale obě níže uvedené veličiny prakticky patří do veličin odvozených.

[1] Původně z latiny (lume di candela) – svit svíčky.

Nicméně si je pro svou důležitost přiblížíme.

Tabulka 2 – Doplňkové jednotky SI

Veličina	Jednotka	Značka
rovinný úhel	radián	rad
prostorový úhel	steradián	sr

Radián je bezrozměrná odvozená jednotka soustavy SI užívaná při měření rovinného úhlu. Používá se pro něj značka **rad**.

1 radián je středový úhel, který přísluší oblouku o stejné délce, jako je poloměr kružnice. Je to jednotkový úhel při měření v **obloukové míře**.

Velikost rovinného úhlu v radiánech (mezi dvěma různoběžkami) je definován jako poměr délky různoběžkami vyťatého oblouku k jeho poloměru.

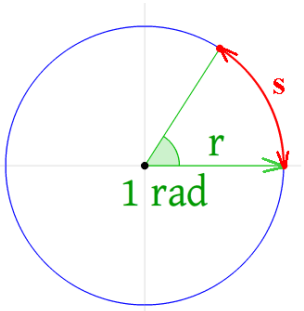
$$\alpha = \frac{s}{r}\ [\mathrm{rad; m, m}]$$

kde

α [rad] ... je velikost rovinného úhlu v radiánech,

s [m] ... je délka oblouku kružnice, vyťatého rameny úhlu

r [m] ... je délka poloměru kružnice.



Převod mezi mírou stupňovou a obloukovou lze tedy realizovat následovně (**a** je velikost úhlu v radiánech a **α** ve stupních):

Plný úhel má 2π radiánů – to je 360 stupňů.

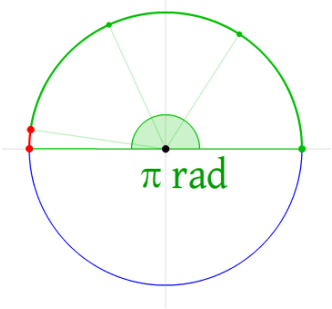
$$\alpha = \frac{a \cdot 180}{\pi}$$

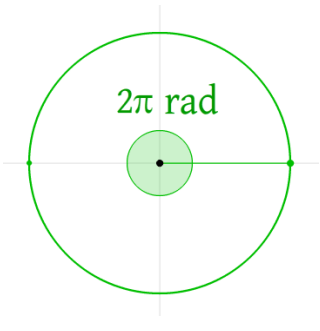
$$a = \frac{\alpha \cdot \pi}{180}$$

Tedy:

$$1\,\mathrm{rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57{,}296^\circ \approx 57^\circ 17' 45''$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \approx 1{,}745 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{rad}$$

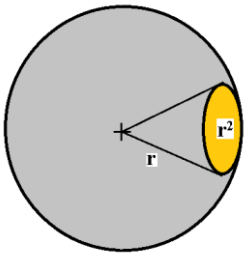




Steradián (sr) je v soustavě SI jednotka prostorového úhlu. Název je odvozen z řeckého stereos.

Je definována jako prostorový úhel, který vymezí ze středu na jednotkové kouli jednotkovou plochu (nebo na kouli o poloměru r plochu r^2).

Prostorový úhel odpovídající celé kouli je $4\pi \approx 12{,}6$ sr.



Odvozené jednotky SI

Z výše uvedených sedmi základních jednotek se odvozují všechny ostatní fyzikální jednotky. Pomineme-li dekadické násobky a díly základních jednotek, patří tyto ostatní jednotky do odvozených jednotek SI.

Odvozené veličiny mají v praxi své vlastní jednotky, jejich rozměr je však vždy dán kombinací (povoleny jsou výhradně součiny a podíly) základních jednotek.

Například jednotkou síly F je Newton [N], jehož rozměr je pomocí základních jednotek SI vyjádřen jako $kg*m*s^{-2}$.

Ovšem je jasné, že s tak složitou kombinací jednotek bychom si měření v praktickém životě neusnadnili, proto byla zavedena jednotka Newton.

Nebo obdoba pro odvozenou a námi hojně používanou jednotku tlaku – Pascal.

Tlak je definován jako síla působící na plochu, tedy:

$$\mathbf{p} = \frac{F}{S}\ [Pa]$$

Pokud bychom dosadili základní jednotky SI, rozměr tlaku (1 Pascal) by vypadal následovně:

$$\mathbf{p} = \frac{F}{S} = \frac{kg*m*s^{-2}}{m^2} = kg * m^{-1} * s^{-2}$$

Dokažme si na rozměrové kontrole, že je výsledek zápisu 1Pa v textu správný.

$$p\ [Pa = kg*m^{-1}*s^{-2}] = F\ [N = kg*m*s^{-2}] / S[m^2]$$
$$p\ [kg*m^{-1}*s^{-2}] = F/S\ [kg*m^{-1}*s^{-2}]$$

Dokažme si opět na **rozměrové kontrole**, že je výsledek zápisu 1N v textu správný.

Při početních metodách používáme různé vztahy a výrazy, které jsou v podstatě rovnicemi.

Je-li vztah správný, pak i rozměry veličin na obou stranách rovnice musí být navzájem shodné.

Pokud rozměrová kontrola nesouhlasí, máme jistotu, že vztah je špatně napsaný.

Z fyziky na ZŠ víme, že jedno z vyjádření druhého Newtonova pohybového zákona – zákona síly[2] je ve tvaru:

$$\boxed{F = m*a\ [N]}$$

Kde F je síla [N], m je hmotnost [kg], a je zrychlení $[m*s^{-2}]$.

Rozměrová kontrola tedy bude vypadat:

$$F\ [N = kg*m*s^{-2}] = m[kg]\ .\ a\ [m*s^{-2}],$$

[2] Sám Newton definoval sílu jako změnu hybnosti za jednotku času.

$$F\ [kg*m*s^{-2}] = m\ .\ a\ [kg*m*s^{-2}].$$

Vztah je tedy správný, protože veličiny na levé straně rovnice jsou shodné s těmi na straně pravé.

Uveďme si tedy další známé příklady odvozených jednotek: kilogram na metr krychlový, metr čtverečný, metr krychlový, metr za sekundu.

Některé odvozené jednotky mají svůj samostatný název (kromě zmiňovaného newtonu a pascalu) jsou to: **Becquerel, Coulomb, Farad, Gray, Henry, Hertz, Joule, Katal, Lumen, Lux, Ohm, Radián, Siemens, Sievert, Steradián, Tesla, Volt, Watt, Weber, stupeň Celsia**.

Předpony soustavy SI

Předpona soustavy SI je předpona, která se může použít před jakoukoliv jednotkou Mezinárodní soustavy jednotek (SI) k vyjádření a násobků použité jednotky.
To je výhodné a nutné pro zjednodušení zápisu extrémně malých či velkých čísel.
Než zapisovat tato čísla pomocí nul, kde máte velkou pravděpodobnost vytvoření chyby, vždy využijte tuto možnost zápisu.

Pro praxi jak v oboru strojírenském, tak elektrotechnickém si vystačíme znát předpony v rozsahu od 10^{12} do 10^{-12}.

Tabulka 3 – Předpony soustavy SI

Předpony soustavy SI						
10^n	**Předpona**	**Značka**	**Název**	**Násobek**	**Původ**	**Příklad z praxe**
10^{12}	tera	T	bilion	1 000 000 000 000	řec. τέρας – „netvor“	TW – terawatt
10^9	giga	G	miliarda	1 000 000 000	řec. γίγας – „obrovský“	GHz – gigahertz
10^6	mega	M	milion	1 000 000	řec. μέγας – „velký“	MPa - megapascal
10^3	kilo	k	tisíc	1 000	řec. χίλιοι – „tisíc“	km – kilometr
10^2	hekto	h	sto	100	řec. έκατόν – „sto“	hl – hektolitr
10^1	deka	da	deset	10	řec. δέκα – „deset“	dag – dekagram

10^0	-	-	jedna	1		m – metr
10^{-1}	deci	d	desetina	0,1	lat. decimus – „desátý“	dB – decibel
10^{-2}	centi	c	setina	0,01	lat. centum – „sto“	cm – centimetr
10^{-3}	mili	m	tisícina	0,001	lat. mille – „tisíc“	mm – milimetr
10^{-6}	mikro	μ	miliontina	0,000 001	řec. μικρός – „malý“	μA – mikroampér
10^{-9}	nano	n	miliardtina	0,000 000 001	řec. νανος – „trpaslík“	nT – nanotesla
10^{-12}	piko	p	biliontina	0,000 000 000 001	it. piccolo – „malý“	pF – pikofarad

Nejčastěji používáme předponu **mili,** která označuje **tisícinu** (10^{-3}), např. milimetr, miligram. Stejně frekventovaná je v našem životě předpona **kilo**, pro označení hodnoty **tisíckrát větší** (10^3) – kilowatt, kilojoule.

S dalšími předponami se setkáváme již méně často v běžném životě. V technické mechanice budeme ovšem potřebovat znalost všech uvedených, zejména předpony **mega** (10^6) označující hodnotu **milionkrát větší**.

Kontrolní otázky a úlohy:

1. Jak velkou sílu zobrazuje úsečka délky 50 mm, je-li měřítko sil m_F = 0,3 N*mm^{-1}?
2. **Znázorněte** graficky síly:

F₁ = [0; 30; 60°; 0,75 kN], m_F = 10 N*mm^{-1},

F₂ = [15; -20; -80°; 10,6 kN], měřítko volte.

3. **Vypočítejte**, na jakou plochu působí síla F, vyvozující měrný tlak p.

   F = 1 700 N, p = 0,8 MPa (1 MPa = 1 N*mm^{-2}).

$$p = \frac{F}{S}$$

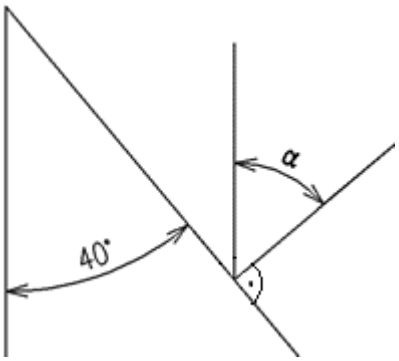
4. **Řešte** soustavu rovnic:
   a. 4x + 3y = -4

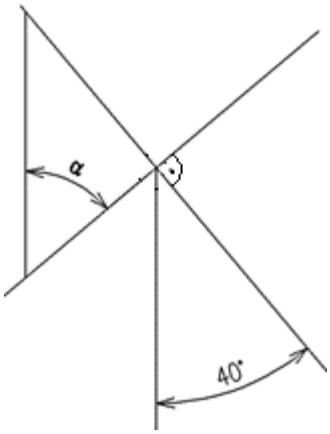
      6x + 5y = -7

   b. 2(x+y) -5(y-x) = 17

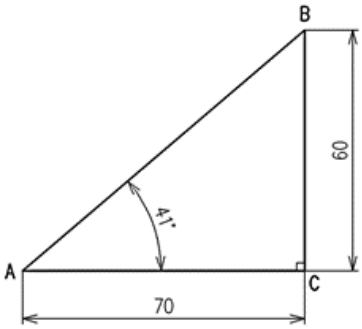
      3(x+2y) +7(3x+5y) = 7
5. **Upravte** a řešte kvadratickou rovnici: $x^2+x = 2$

6. V obou případech **určete** velikost úhlu α:





7. **Určete** velikost zbývajícího úhlu a stranu AB.



8. Jaký je praktický význam používání Mezinárodní soustavy jednotek SI?
9. Které fyzikální veličiny patří do základních jednotek SI?
10. **Demonstrujte** na dvou praktických příkladech výhody používání předpon soustavy SI s přihlédnutím na běžný život žáka ZŠ.

11. Zapište:

	pomocí mocnin 10 (násobků a dílů)	pomocí předpon
1 000 000 N = 0,000 001 Pa = 365 000 000 J = 0,000 000 001 m =		

Převeďte (doplňte):

500 l = …… dm^3 5 km = …… m 4,2 dm^3 = 4 200 …… 25 g = …… kg	0,2 t = …… kg 0,005 W = ……mW 2 600 kJ = …… J 1 ml = 1 ……	0,5 mV = ……..V 20 µA = ……A 1,8 GW = …… W 102 m^3 = ……..mm^3

Doporučená literatura

1. POLÁK, Josef. Přehled středoškolské matematiky. 9., přeprac. vyd. Praha: Prometheus, 2008, 659 s. ISBN 978-80-7196-356-1.
2. GÁL, Tomáš a Antonín KAMARÝT. Opakování středoškolské matematiky. 3. upravené a rozšířené vyd. Praha: Státní zemědělské nakladatelství, 1967, 427
3. SVOBODA, E., et al. Přehled středoškolské fyziky. Olomouc: Prometheus, 1998. 497 s. ISBN 80-7196-116-7
4. PEOPLE, S, WHITEHEAD, P. Přehled učiva: fyzika. Praha: Václav Svojtka & Co., 1999. 256 s. ISBN 80-7237-176-2.

1 ZÁKLADNÍ POJMY TECHNICKÉ MECHANIKY

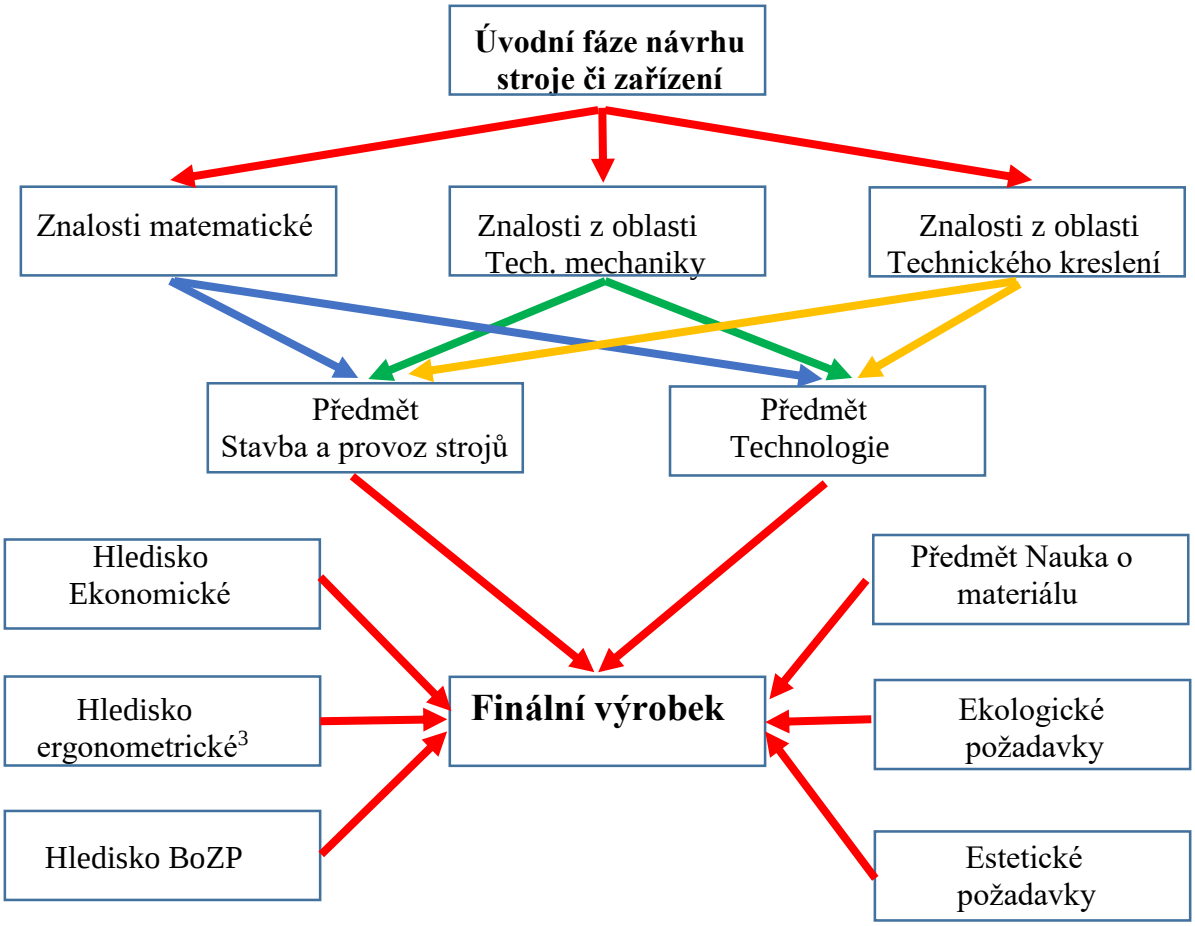
Nyní se v úvodu této elektronické opory musíme „prokousat“ několika základními pojmy, které budeme v dalším textu často používat.

Studiem přírodních jevů na zemi i ve vesmíru se zabývá několik vědních oboru, které společně označujeme přírodní vědy.

Patří sem zejména fyzika, chemie, biologie a astronomie.

Součástí fyziky je i mechanika, jež se zabývá studiem mechanického pohybu – to je mechanického přemísťování hmoty v prostoru a čase.

Mechanika je souborná vědní disciplína zahrnující celou další řadu jednotlivých disciplín. Mechanika tvoří základ pro řešení technických problémů při návrhu různých strojů a strojních zařízení.



Obr. 1 – Od nápadu k realizaci (vlastní zdroj autora)

[3] Dosažení přizpůsobení pracovních podmínek výkonnostním možnostem člověka. Cílem je, aby používané předměty a nástroje svým tvarem co nejlépe odpovídaly pohybovým možnostem, případně rozměrům lidského těla.

Bez znalosti mechaniky tedy neexistuje na světě jediný stroj či zařízení.

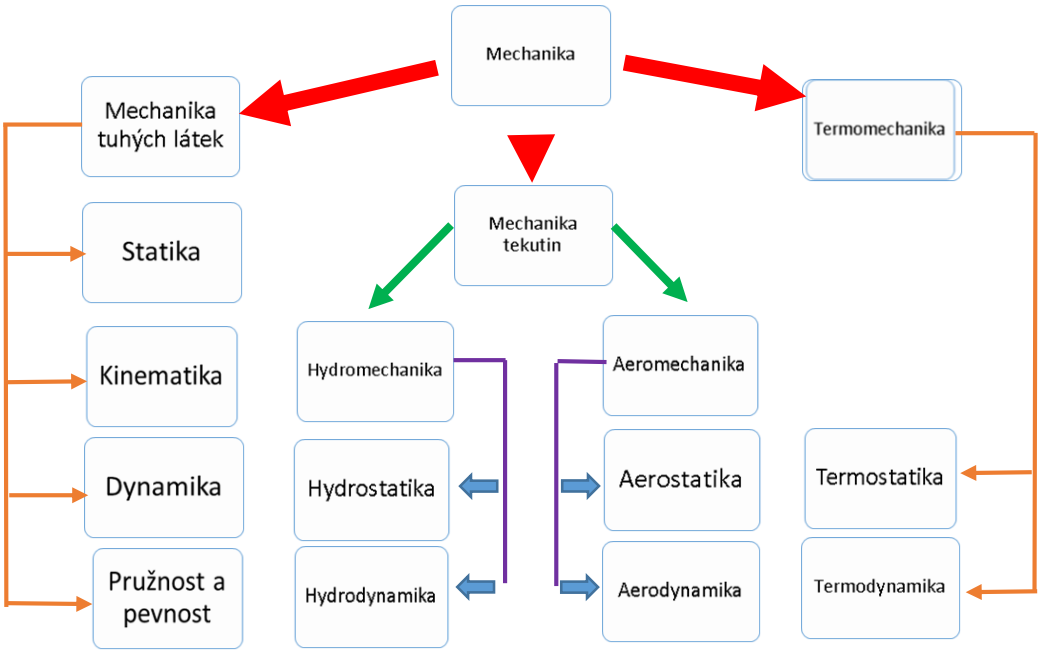
Ostatní technické předměty jsou na mechanice přímo závislé, a tato je v nich prakticky aplikována.

Technická mechanika aplikuje fyzikální zákony na řešení konkrétních technických problémů.

1.1 Základní rozdělení mechaniky

Podle skupenství hmoty dělíme mechaniku:

- mechaniku tuhých látek (těles),
- mechaniku tekutin (kapalin, plynů a par),
- termomechaniku.



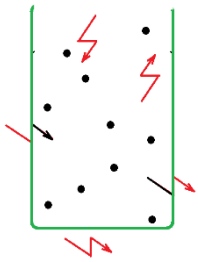
Obr. 2 – Základní rozdělení Mechaniky (vlastní zdroj autora)

1.1.1 Termomechanika

Termomechanika pojednává o tepelné výměně mezi soustavami. Zabývá se **teplem**[4] a vzdušinami jako vhodnými nositeli tepla. Studuje jak šíření tepla v prostoru (**termokinetika**), tak podmínky využití tepelné výměny pro konání mechanické práce (**termodynamika**). Nauka o sdílení tepla je základem teorie výměníků tepla, termodynamika představuje teoretický základ tepelných strojů (spalovací motory, parní a plynové turbíny, kompresory aj.).
Termodynamiku, můžeme tedy zjednodušeně charakterizovat jako **základ nauky o tepelných strojích**.

Termodynamické soustavy rozlišujeme podle vlastností hranic systému z hlediska její propustnosti látky, tepla a mechanické práce. Z hlediska propustnosti látky rozeznáváme:

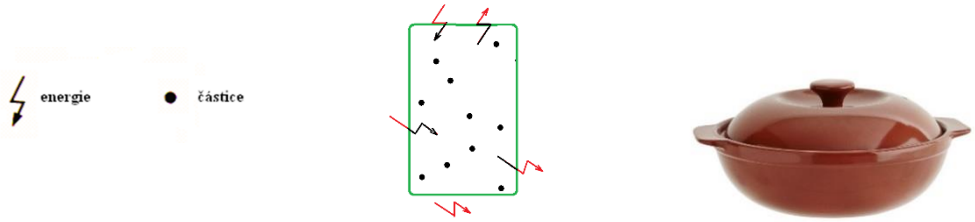
- **Soustavu otevřenou - otevřená soustav je taková, přes jejíž hranici prochází teplo, mechanická práce i látka. Hranice**[5] **otevřené soustavy je neměnná**. (Např. tepelná turbína, kompresor, výměník tepla, kouř, vzduch v baňce, ale také hrníček s horkým čajem. Z hrníčku unikají páry a ty jsou složeny z molekul vody, které jsou také hmotnými částicemi.)



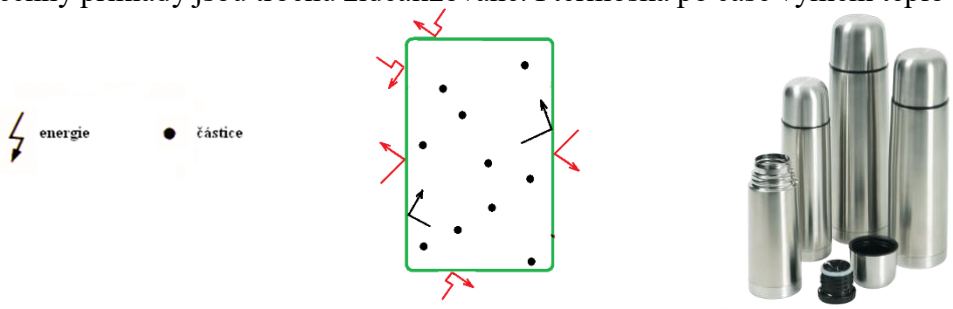
- **Soustavu uzavřenou - uzavřená soustava je taková, přes jejíž hranici přechází teplo a mechanická práce, nikoliv však látka, která má v systému stálé množství. Hranice uzavřené soustavy se může zvětšovat nebo zmenšovat.** (Např. plyn v uzavřeném válci pístového stroje při expanzi nebo kompresi. Nebo hrníček s teplým

[4] Teplo (Q - calorique - Kalorika) [J] je veličina, pomocí níž vyjadřujeme tepelnou výměnu (ohřev či ochlazení) a změnu tepelné (správně vnitřní) energie tělesa. Zatímco energie je spojena se stavem, teplo je, podobně jako práce, spojeno s dějem.
[5] Mezi termodynamickou soustavou a okolím se nachází hranice. Příkladem může být vodík uzavřený v baňce. Hranice jsou pak stěny baňky.

čajem přikrytý pokličkou tvoří uzavřenou soustavu. Energie bude přecházet přes stěny nádoby a po chvíli zjistíte, že hrníček je studený, ale čaje neubylo.)



- **Izolovanou soustavou** - izolovanou soustavou je uzavřená soustava, která vznikne tím, že k pozorovanému neizolovanému systému připojíme okolí, které vůči neizolovanému systému je ve stavu nerovnováhy, tj. mezi neizolovaným systémem a okolím nastává sdílení tepla a práce. Spojením neizolovaného systému s okolím vznikne **izolovaný systém, který je tepelně a dynamicky izolován. Přes jeho hranici nepřechází teplo, ani látka, ani práce.** (Např. termoska, která udržuje jak teplo, tak i chlad. Samozřejmě všechny příklady jsou trochu zidealizované. I termoska po čase vymění teplo s okolím).



- **Homogenní (stejnorodou) soustavu - je tvořena látkou, jejíž chemické složení a fyzikální vlastnosti jsou všude stejné nebo spojitě proměnné** (např. změna tlaku ve sloupci plynu vlivem tíhového zrychlení gravitačního pole). Homogenní látku nazýváme **fáze**. Je tedy homogenní systém tvořen jedinou fází látky.
- **Nehomogenní (nestejnorodou) soustavu – ta se sestává z více homogenních látek, nebo z různých fází téže látky** (voda a její pára). Vlastnosti systému se mění na hranici fáze skokem.

Termostatika zaměřuje svůj fokus na teplotní a tepelné problémy u teplonosných látek, které jsou v klidu, tzn., že neproudí. Jedná se o výpočty tlakových zásobníků a par, změny objemu látky vlivem změn teploty, celkové množství energie potřebné k ohřátí určitého množství látky apod.

1.1.2 Rozdělení mechaniky tuhých těles – statika, dynamika a kinematika

Mechaniku tuhých těles a dělíme na:

- statiku,
- dynamiku,
- kinematiku,
- pružnost a pevnost

Statika je částí mechaniky, která se zabývá hmotnými tělesy nacházejícími se v relativním klidu k určité vztažné soustavě, dále silami, které mezi takovýmito tělesy působí a rovnováhou celého systému.

Statika pevných těles se zabývá pevnými tělesy, jenž se také nachází v relativním klidu a sílami, které na ně působí.

S ohledem na povahu odezvy tělesa na působení sil, tzn. deformacemi (přetvořeními) dělíme statiku na statiku těles dokonale tuhých, pružných a plastických.

U **dokonale tuhého tělesa** jde o idealizaci jeho deformačních vlastností, která ve skutečnosti nemůže nastat, ale její zavedení je výhodné pro zkoumání čistě pohybových účinků sil.

Pokud se po odstranění zatěžující síly vrátí těleso zcela do původního tvaru, nazýváme tuto **deformaci pružnou** neboli **elastickou**.

Pokud po odstranění síly zůstane těleso alespoň zčásti deformováno, jedná se o **deformaci plastickou** nebo **pružnoplastickou**.

Statiku lze také rozlišit na teoretickou a aplikovanou.

Teoretická statika zkoumá všeobecně platné zákony relativního klidu a nezajímá se aspekty praktického využití.

Aplikovaná statika řeší praktické technické problémy mnoha oborů lidské činnosti. Využívá k tomu poznatků a závěrů teoretické statiky, podpořených výsledky experimentálních výzkumů. Největší uplatnění nalezla statika ve **stavebním inženýrství a architektuře**, vzhledem k tomu, že stavební konstrukce se nacházejí převážně v klidu a veškerá zatížení, která na ně působí, musejí být v rovnováze.

Dynamika je část mechaniky, která se zabývá příčinami pohybu hmotných objektů (bodů, těles, soustav těles). Zabývá se tedy veličinami spojenými s dynamikou pohybu, jako např. hybnost a energie. **Jedním ze základních cílů dynamiky je určit pohyb hmotného bodu** (případně tělesa nebo těles), známe-li síly na hmotný bod (těleso nebo tělesa) působící. **Jde tedy o určení polohy a rychlosti hmotného bodu** (tělesa nebo těles) **v daném čase**.

Kinematika je část mechaniky, která se zabývá klasifikací a popisem různých druhů pohybu, ale nezabývá se jeho příčinami.
Kinematika se tedy zaměřuje na sledování **polohy, rychlosti** apod. Nesleduje však dynamické veličiny, jako např. hybnost a energii, kterými se zabývá dynamika.
Důležitým kinematickým pojmem je **hmotný bod**. Jedná se o idealizaci, kdy libovolné těleso při popisu jeho pohybu nahrazujeme bodem s danou hmotností. Tento bod obvykle umísťujeme do **těžiště tělesa**. Poloha tělesa je údaj, vyjadřující umístění tělesa vzhledem ke **vztažné soustavě**.
Mechanickým pohybem se myslí takový pohyb, při kterém dochází ke změně polohy tělesa, popř. hmotného bodu vzhledem ke vztažné soustavě. Kudy se hmotný bod pohybuje, popisuje **trajektorie**, geometrická čára prostorem, kterou hmotný bod při pohybu opisuje.

Obr. 3 - Znázornění trajektorie pohybu

Pružnost a pevnost - pružností a pevností nazýváme mechaniku tuhých **deformovatelných** těles. **Pružnost a pevnost jsou dvě základní mechanické vlastnosti materiálu**. Úkolem pružnosti a pevnosti **je rozbor vlivu zatížení tělesa na jeho deformace a namáhání s ohledem na riziko mezních stavů a cílem je pak dimenzování součástí.**
Dimenzování součásti v sobě zahrnuje volbu materiálu a návrh vhodného tvaru a rozměrů součásti s ohledem na působící zatížení.
Mezi mechanické vlastnosti patří: pevnost, pružnost, houževnatost, tvrdost, tvárnost.

- **Pevnost - je schopnost materiálu odolávat porušení celistvosti.**

- **Pružnost - je schopnost materiálu vrátit se po odlehčení do původního stavu.** Přetvoření materiálu může být buď elastické (pružné), kdy se materiál vrátí zcela do původního stavu, nebo plastické (trvalé), kdy tento návrat nenastane. Při překročení určité mezní hodnoty (mez pružnosti) se původně pružný materiál deformuje plasticky.

- **Houževnatost - vlastnost, jejímž měřítkem je energie (práce) potřebná k porušení celistvosti** (nezaměňovat s pevností). Úder, který představuje velkou energii, rozdělí snadno křehký materiál, zatímco houževnatý pouze zdeformuje, ať už elasticky (pružina) nebo plasticky. **Houževnatost závisí na teplotě** (při nízké teplotě některé materiály křehnou) a při volbě materiálu je proto nutno mít na zřeteli i provozní podmínky.

- **Tvrdost** - vyjadřujeme jako odpor proti vnikání cizího tělesa do povrchu materiálu. Lze ji ovlivnit nejen materiálem samotným, ale také např. tepelným a chemicko-tepelným zpracováním.

- **Tvárnost** je schopnost materiálu měnit v tuhém stavu bez porušení soudržnosti vzájemnou polohu částic. Je typická pro většinu kovů.

1.1.3 Mechanika tekutin

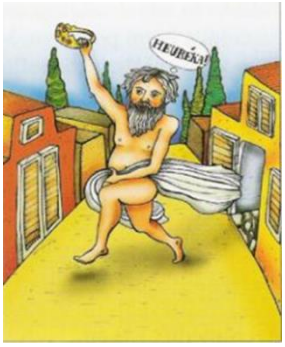
Hydromechanika se obecně zabývá studiem zařízení pracujících s kapalinami. Dělíme ji na **hydrostatiku** a **hydromechaniku.**

Hydrostatika se zabývá studiem kapalin v relativním klidu. Pro zjednodušení se zavádí **ideální kapalina**, která má na rozdíl od reálné kapaliny ideální vlastnosti, a to nulovou stlačitelnost a nulové vnitřní tření.

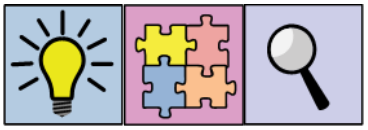
Aby byla kapalina v klidu, musejí být v rovnováze síly působící na každý její element.

V hydrostatice platí dva základní zákony, **Archimédův zákon**[6], který říká, že těleso ponořené do tekutiny, která je v klidu, je nadlehčováno silou rovnající se tíze tekutiny stejného objemu, jako je ponořená část tělesa. Archimédův zákon platí pro kapaliny i pro plyny. Dále je to **Pascalův zákon** říkající, že jestliže na kapalinu působí vnější tlaková síla, pak tlak v každém místě kapaliny vzroste o stejnou hodnotu.

Ve škole můžeme jednoduše demonstrovat tuto skutečnost před žáky tak, že plastovou láhev naplníme vodou. Uděláme do ní několik dírek. Když láhev zmáčkneme, voda začne stříkat ze všech dírek stejně. **Tlak je u všech otvorů stejný**.



Obr. 4 - Archimedovo Heureka a demonstrace Pascalova zákona



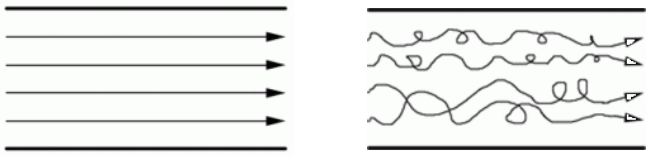
Hydrodynamika řeší problematiku technických zařízení, v nichž pracovní kapalina proudí – např. čerpadla, vodovody, vodní turbíny, hydraulická zařízení apod.

[6] Příběh o zjištění paralel těchto fyzikálních vlastností, známý jako „Archimedův zákon“ má velmi zajímavý děj, který by mohl ve výuce děti zaujmout.
Je znám díky římskému architektovi Vitruviu Polliovi. Podle jeho vyprávění kdysi syrakuský král Hierón II. požádal svého přítele Archiméda, aby mu pomohl vyřešit dilema, které měl se svým osobním zlatníkem. Panovník zlatníkovi předal kilogram zlata, aby z něj zhotovil korunu ve tvaru vavřínového věnce. Zlatník se činil a zanedlouho vládci odevzdal překrásnou korunu, jejíž hmotnost odpovídala množství zlata, které od krále obdržel. Panovník však pojal podezření, že klenotník část zlata při tavení nahradil levnějším kovem, třeba stříbrem nebo mědí. Chtěl se o počestnosti nebo naopak o hamižnosti zlatníka přesvědčit, aniž by korunu poničil. Obrátil se proto na přítele Archiméda, který žil na jeho dvoře. Archimédes přemýšlel, kudy chodil a při návštěvě veřejných lázní si povšiml, že se výška vodní hladiny v kádi měnila podle toho, nakolik se do ní nořil. Tehdy prý Archiméda náhle napadlo řešení. Vyběhl nahý na ulici, namířil si to rovnou do královského paláce a přitom stále vykřikoval „heuréka!“, což znamená „našel jsem.“ Není vyloučeno, že toto vyprávění je pouhým apokryfem, nicméně řecké slovo heuréka se dnes používá na celém světě jako zvolání při náhlém a nečekaném objevu. V lázních přišel Archimédes na to, že důležitá je nejen hmotnost tělesa, v tomto případě koruny, ale také objem, který zaujímá. K výše zmíněnému příběhu nutno pro pořádek dodat, že zlatník byl nakonec popraven, protože královská koruna vytlačovala více vody, než by způsobila tatáž hmotnost ryzího zlata. Známý Archimédův zákon, že **těleso ponořené do kapaliny je nadlehčováno silou, která se rovná tíze kapaliny tělesem vytlačené**, má tedy svůj původ v této možná pravdivé, možná podvržené historce o královské koruně.

Mezi základní pojmy hydrodynamiky patří **proudění**. **Proudění je pohyb tekutiny, při kterém se částice tekutiny pohybují svým neuspořádaným pohybem a zároveň se posouvají ve směru proudění. Tekutina (tj. plyn nebo kapalina) vždy proudí z místa vyššího tlaku (vyšší tlakové potenciální energie) do místa nižšího tlaku (nižší tlakové potenciální energie).**

Proudnice (též proudová čára) je trajektorie pohybu jednotlivých částic při proudění kapalin. Rychlost částice v libovolném místě proudu je tečnou k proudnici. Každým bodem proudící kapaliny prochází v jednom okamžiku právě jedna proudnice. Proudnice se nemohou vzájemně protínat.

Proudnice lze využít ke grafickému zobrazení proudění. Jsou-li proudnice rovnoběžné, jedná se o **laminární proudění**, jsou-li proudnice různoběžné a „různě stočené“, jedná se o **turbulentní proudění**.



Obr. 5 - Laminární a turbulentní proudění

Aeromechanika se obecně dělí na **aerostatiku** a **aerodynamiku.**

Aerostatika se zabývá mechanickými vlastnostmi plynů a těles do nich ponořených. Plyny podobně jako kapaliny nejsou schopny díky své vnitřní struktuře přenášet smykové napětí a působí v nich obdoba hydrostatického tlaku - **aerostatický tlak**.

Na rozdíl od kapalin je však jednou ze základních vlastností plynů **objemová stlačitelnost**.

Pro zjednodušení se zavádí **ideální plyn**, který má na rozdíl od reálného plynu ideální vlastnosti, a to dokonalou stlačitelnost a nulové vnitřní tření.

Vzhledem k podobnosti některých vlastností kapalin a plynů pro ně platí i obdobné zákonitosti. Do plynu lze například podobně jako do kapaliny ponořit těleso.

Balón v atmosféře je nadnášen vztlakovou silou, kterou lze určit obdobou Archimédova zákona, známého především z hydrostatiky.

Působením silového pole zemské gravitace na částice plynů atmosféry vzniká **atmosférický tlak**[7].

[7] Atmosférický tlak dosahuje nejvyšších hodnot při hladině moře (popř. povrchu planety), a s rostoucí nadmořskou výškou klesá. Atmosférický tlak tedy není stálý, ale kolísá na místech zemského povrchu kolem určité hodnoty. Hodnota normálního atmosférického tlaku je 1013,25 hPa = 1 atm (fyzikální atmosféra).

Aerodynamika se zabývá otázkami spojenými s prouděním vzdušin (plynů a par) při řešení konstrukce a profilů mnoha strojů a zařízení. Například řešení profilu lopatek u lopatkových strojů, konstrukce letadel. Samozřejmě velké uplatnění má i v automobilovém průmyslu u návrhu konstrukce karoserií vozidel, při zkoušení modelů a části zařízení v aerodynamickém tunelu apod.

Obr.6 - Turbulentní proudění vzduchu za křídlem práškovacího letadla(1)

1.2 Vybrané důležité pojmy technické mechaniky

Hmota – je objektivní realita, tedy vše, co kolem sebe vidíme. V Technické mechanice hmotu konkretizujeme na **hmotný objekt**, který je účelově vymezen zájmem lidí z hlediska řešeného problému.

Bod - objekt zanedbatelných rozměrů.

Těleso – objekt nezanedbatelných rozměrů, u něhož je hmota ve formě látky v pevném skupenství s možností deformace. Z dalších vlastností si zapamatujme, že:

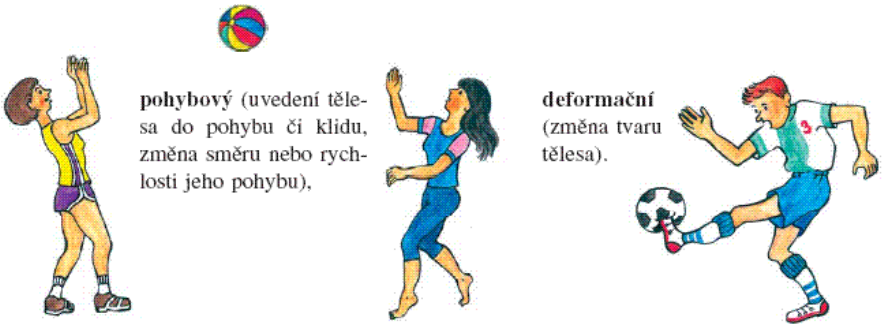
- Těleso tvoří celek - každá část tělesa je současně vlastností celého tělesa.
- Těleso je kompaktní celek - to znamená, že oddělení (či opětovné připojení) části tělesa vyžaduje úsilí, které je nevratné. Nutně má za následek změny vlastností tělesa.
- Těleso je nepermeabilní – to znamená, že pokud zaujímá určitou prostorovou oblast, pak se zde nemůže nacházet žádné jiné těleso.

Dokonale tuhé těleso - při působení sil se nedeformuje. Z toho vyplývá, že sílu lze na její nositelce (v jejím směru) libovolně přemístit.

U reálných těles, které samozřejmě deformaci podléhají, nelze sílu přemísťovat po její nositelce.

Síla - míra interakce (vzájemného působení) mezi tělesy. Pojem síly vznikl generalizací a abstrakcí subjektivního lidského pocitu tahu nebo tlaku.

Silový účinek je projevem vzájemného působení stýkajících se těles.



Obr. 7 - Účinky síly (2)

Síly akční - síly, které jsou primární příčinou změny pohybového stavu tělesa.

Síly reakční (vazbové, stykové) - jsou síly, které vznikají až následně v místech kontaktu (tj. ve vazbách).

Vnitřní síly jsou pak ty síly, jimiž na sebe působí body nebo části jednoho a téhož tělesa popř. síly mezi tělesy v rámci soustavy těles.

Vnější síly - jsou síly, které působí buď na dané těleso, nebo od okolních těles nepatřících ke studovanému objektu.

Tíha tělesa – síla působící na těleso v zemském gravitačním poli $F_g = m*g$, kde g je **tíhové zrychlení**[8].

Soustava těles – objekt složený z několika těles, jejichž vzájemná poloha se může (nebo by se mohla) měnit.

Vázané těleso je těleso, které je ve styku s okolními tělesy.

Uvolnění je proces, při němž nahrazujeme vzájemné vazby stýkajících se těles silovými účinky.

Uvolněné těleso je takové, kde po eliminaci vazeb se všemi dotýkajícími se tělesy je toto vystaveno pouze působením silových účinků.

[8] Jelikož Země není dokonale kulatá, koeficient tíhového zrychlení se pohybuje v rozmezích od 9,78 m/s^2 na rovníku až po 9,832 m/s^2 na Zemských pólech.

Statická rovnováha nastává tehdy, pokud silové účinky působící na těleso nezpůsobí jeho změnu pohybového stavu.

Statická ekvivalence nastane tehdy, pokud dvě silové soustavy způsobí stejný pohybový stav tělesa.

Obr. 8 - Rovnováha a ekvivalence sil

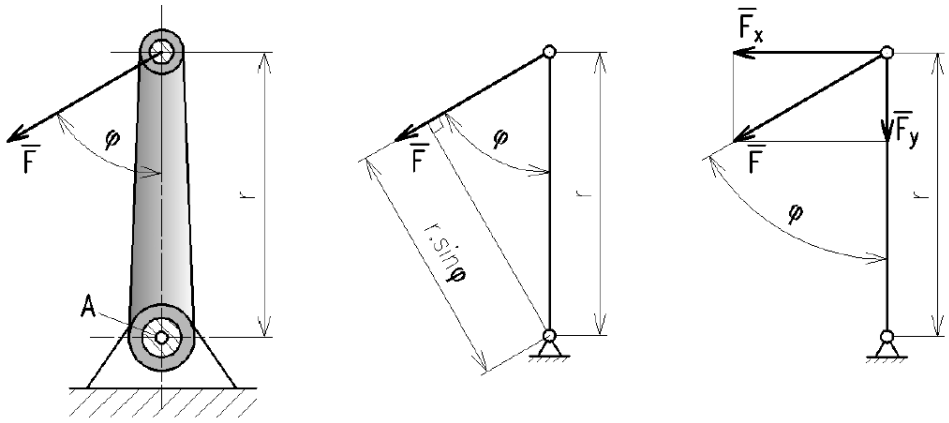
Moment síly – je veličina sloužící k posouzení účinku síly na otáčivý pohyb. Moment síly M [N*m] je součinem síly a příslušného ramene otáčení.

Moment je tedy veličina, která vyjadřuje velikost a směr otáčivého účinku síly.

Je veličinou vektorovou. V základech technické mechaniky však tuto skutečnost „obejdeme“ představou o smyslu otáčení soustavy a moment vyjadřujeme skalárně:

$$M_A = F \cdot r \cdot \sin \varphi.$$

Čteme: velikost momentu síly **F** k bodu **A** získáme vynásobením součinu velikosti síly a ramene sinem sevřeného úhlu. Jednotkou momentu je již zmíněný N*m (Newtonmetr).



Obr. 9 – Moment síly (3)

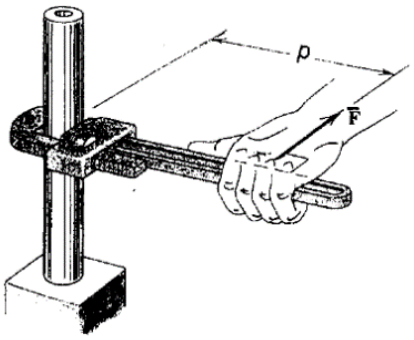
V uvedeném vztahu **součin r * sin ϕ** představuje kolmou vzdálenost síly od bodu otáčení, k němuž moment síly počítáme.

Součin F * sin ϕ vyjadřuje velikost složky síly **F** kolmé k zadanému rameni **r**.

Moment můžeme vypočítat oběma způsoby.

Největší moment vyvine síla tehdy, když bude k páce kolmá (sin 90° = 1).

Mnohé stroje a nástroje využívají moment síly na tzv. „páce“. Například moment síly francouzského klíče na obr. 10 je dán součinem vynaložené síly **F** a délky ramene páky **p**.

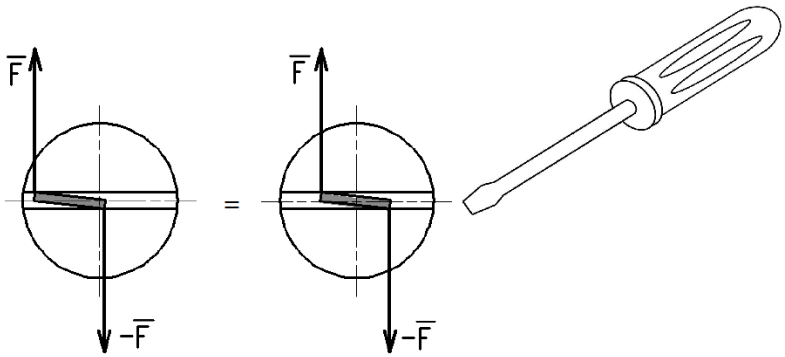


Obr. 10 - Využití momentu síly v praxi

Dvojice sil je zvláštním případem soustavy sil. Je definována jako dvě rovnoběžné síly, které mají stejnou velikost a opačný smysl. Jejich nejkratší vzdálenost je r. Výslednice silové dvojice je nulová, dvojice má pouze otáčivý účinek vyjádřený momentem dvojice.

Jeho velikost je M = F * r.

Moment silové dvojice je volným vektorem, to znamená, že jeho účinek není závislý na poloze dvojice (moment dvojice je ke každému bodu její roviny stejný).



Obr. 11 – Moment silové dvojice(3)

Např. při nouzovém utahování šroubu příliš úzkým šroubovákem vyvodíme stejný účinek bez ohledu na polohu šroubováku v drážce.

Dvojice sil je určena rovinou, velikostí a smyslem.

Silovou dvojici lze v její rovině:

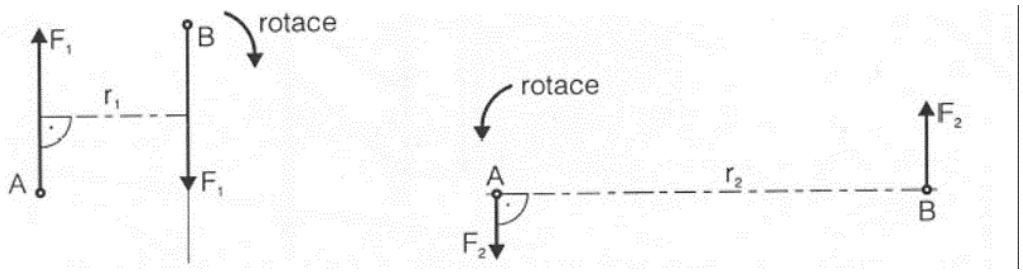
1. Libovolně posunout.

2. Pootočit.

3. Nahradit jinou dvojicí o stejně velkém momentu.

4. Přeložit do jiné rovnoběžné roviny.

Účinek dvojice sil se projevuje jako **rotace**. Smysl této rotace je dán vzájemnou polohou obou sil.



Obr. 12 – Rotace dvojice sil

Znaménková konvence – rotaci momentu silové dvojice po směru hodinových ručiček označujeme jako kladnou (+), proti směru hodinových ručiček poté zápornou (-).

Moment setrvačnosti - k posouzení množství energie nutné při roztočení tělesa na určitou úhlovou rychlost se zavádí veličina moment setrvačnosti J (někdy značena I) [kg*m^2].

Kontrolní otázky a úlohy:

1. **Vysvětlete**, proč Mechanika tvoří základ pro řešení technických problémů při návrhu různých strojů a strojních zařízení.
2. Čím se zabývá termomechanika, čím termodynamika a nakonec termostatika?
3. **Najděte** přepočet mezi Kelvinovou a Celsiovou stupnicí.
4. **Popište** základní rozdělení Mechaniky na další obory.
5. **Připravte** si pro výuku o statice pevných těles, kapalin a plynů tři zajímavosti z historie či vědy a techniky, které si žáci dle Vašeho názoru zapamatují. Teorii ověřte testem.
6. Jak se vypočítá moment síly k bodu?
7. **Definujte** dvojici sil.

2 AXIOMY STATIKY

Během tvorby přírodovědných i technických teorií se uplatňuje především hypotetický[9] a postulátový[10] způsob jejich tvorby.

Axiomatický systém je charakteristický pro vytváření teorií matematických disciplín např. Hilbertovský axiomatický systém výrokové logiky, Eukleidovská geometrie apod.

Důležitou úlohu při systematizování poznatků vědeckého oboru má způsob jejich popisu.

V případě technické mechaniky je jediným správným způsobem matematický popis. Vzhledem k tomu, že statika tvoří nejstarší část technické mechaniky, je soubor základních poznatku zcela matematicky formalizovaný, a proto teorii statiky můžeme vytvořit axiomatickým způsobem.

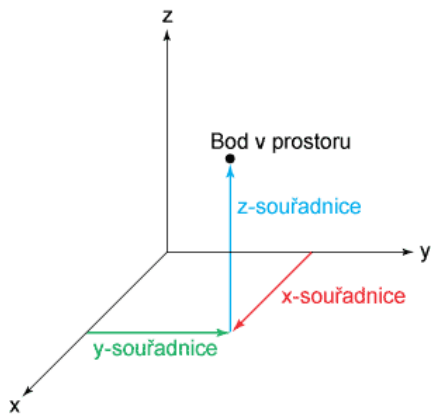
Axiomy v tomto případě mají charakter základních vět, jejichž pravdivost byla mnohokrát ověřena.

Má-li soubor axiomu splňovat podmínky axiomatického systému, musí být:

- **Úplný** - obsahuje axiomy nutné pro odvození všech vět a tvrzení dané teorie.
- **Bezrozporný** - věty a tvrzení odvozené z tohoto systému nesmí být ve vzájemném rozporu.
- **Nezávislý** - žádný z axiomu nelze odvodit ze zbylých axiomu.

2.1 Axiom o prostoru a čase

Prostor je trojrozměrný, báze prostoru má tedy tři dimenze. Každý bod prostoru vzhledem k základnímu prostoru (vztažnému prostoru) **je jednoznačně určen třemi souřadnicemi**.



Obr. 13 - Bod v prostoru

[9] Vychází ze studií a pozorování dějů a jevů. Pravděpodobnostní výklad daného děje (jevu) je **hypotéza**. Po ověření hypotézy vědeckými prostředky se tato stává **poznatkem**. Formalizovanému vyjádření poznatku říkáme „věta“. Po získání určitého množství poznatků dochází k utřídění, formalizaci, systematizování a kompletizaci - VÝSTAVBĚ NOVÉ **TEORIE**.

[10] Pro postulátový systém platí totéž, co pro hypotetický s tím rozdílem, že hypotéza vychází z objektivní reality, je prokazatelná, případně dokazatelná měřením. Postulát vychází z lidské intuice.

Prostor je spojitý (lze rozlišit libovolně dva blízké body).

Prostor je izotropní (vlastnosti hmotného objektu nejsou závislé na orientaci v prostoru).

Prostor je euklidovský[11] - platí v něm axiomy eukleidovské geometrie (vzdálenost dvou bodů, úhel dvou přímek atd. určíme vztahy klasické eukleidovské geometrie).

Prostor je inerciální - vztahy popisující mechanické pohyby jsou nezávislé na pohybu základního prostoru.

Prostor je absolutní - vždy vymezujeme hmotný útvar, který určuje základní těleso, se kterým můžeme spojit základní souřadnicový systém (základním tělesem u strojů je rám nebo základ stroje).

Čas je skalární[12] veličina, která je vyjádřena jedinou mírou, nezávislou na prostorové orientaci.

Čas je spojitá veličina, kde můžeme rozlišovat libovolně blízké časové okamžiky.

Čas je ve všech bodech prostoru shodná veličina[13] - míra času je nezávislá na poloze v prostoru.

Čas je kladná, rovnoměrně rostoucí veličina - čas postupuje vždy od minulosti do budoucnosti ve stálém rytmu.

Čas je veličina charakterizující současnost a následnost jevu v prostoru - můžeme rozlišit, zda jeden děj předcházel, nebo následoval děj druhý.

---

[11] V některých případech se prostorem mohou rozumět i prostory s neeuklidovskou („zakřivenou“) geometrií (např. Lobačevského geometrie, sférická geometrie), také dimenze nemusí být pouze tři, ale některé obory geometrie pracují s prostory s obecným počtem rozměrů.

[12] **Skalár** (z lat. scala, stupnice) je veličina, jejíž hodnota je v daných jednotkách plně určena **jediným číselným údajem**. Protikladem skalární veličiny jsou **vektory** nebo **tenzory**, které **jsou určeny více číselnými hodnotami**.

[13] Je velmi pravděpodobné, že ve vesmíru při rychlostech blížících se rychlosti světla tento axiom zaniká. Pro zájemce o problematiku doporučuji dílo *Speciální teorie relativity* od **Alberta Einsteina** či *Velkolepý plán* od **Stephena Hawkinga.**

2.2 Axiom o hmotnosti

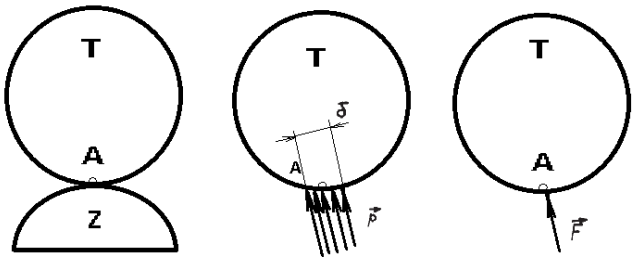
Každému prvku tělesa lze přiřadit hmotnost jako skalární veličinu, charakterizující gravitační a setrvačné vlastnosti prvku.

2.3 Axiom o energii a zachování energie

Energie je skalární veličina, která **vyjadřuje míru změny děje**. U uzavřených systémů je energie konstantní.

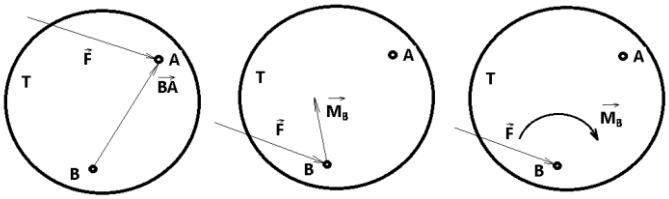
2.4 Axiom o silovém působení

a) Působení síly v prostoru δ u bodu A (z hlediska působení síly není podstatné) je veličina **vektorová**, tzn. síla $\vec{F}$ je vázána k bodu A.
Neboli: síla $\vec{F}$ má vlastnosti vektoru vázaného k bodu.



Obr. 14 - Axiom o silovém působení

b) Z hlediska pohybové rovnocennosti můžeme vyjádřit působení síly $\vec{F}$ v bodě A tělesa v libovolném bodě B silou $\vec{F}$ a momentem $\vec{M}_B = \vec{BA} \times \vec{F}$.



Obr. 15 - Druhý axiom silového působení

2.5 Axiom o příčinné souvislosti mechanického pohybu a silového působení na těleso T

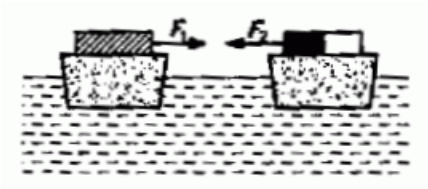
Pokud bereme těleso jako celek, pak platí:

Těleso zůstává v klidu nebo v rovnoměrném pohybu, pokud není vnějšími okolnostmi nuceno tento stav změnit.

Pokud jsou vazby působící na těleso T takového druhu, že vyvolávají translační[14] pohyb platí, že F = m * a, kde *m* je hmotnost tělesa a *a* rameno otáčení.

Jestliže jsou vazby charakteru takového, že vyvolávají pohyb rotační, pak platí $\vec{M}_o = I_o \vec{\alpha}$, kde $\vec{M}_o$ je výsledný moment všech sil k ose *o* a I_o je moment setrvačnosti k této ose.

Dochází-li mezi 2 tělesy k silovým interakcím, pak působí-li těleso T_2 na těleso T_1 silou F_{21}, pak těleso T_2 působí na těleso T_1 silou $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$



Obr. 16 - Silová interakce těles

2.5.1 Deformace tělesa

Pojmem deformace tělesa má souvislost se **změnou jeho tvaru. Těleso mění tvar v důsledku působení síly.** Silové působení mění vzájemné polohy atomů, ze kterých se těleso skládá.

V případě, že se po odstranění působící síly těleso vrátí do původního tvaru, mluvíme o **pružné (elastické) deformaci.** Pružné deformace se vyskytují u pružných látek.

Obr. 17 - Pružná deformace siliče zápěstí (4)

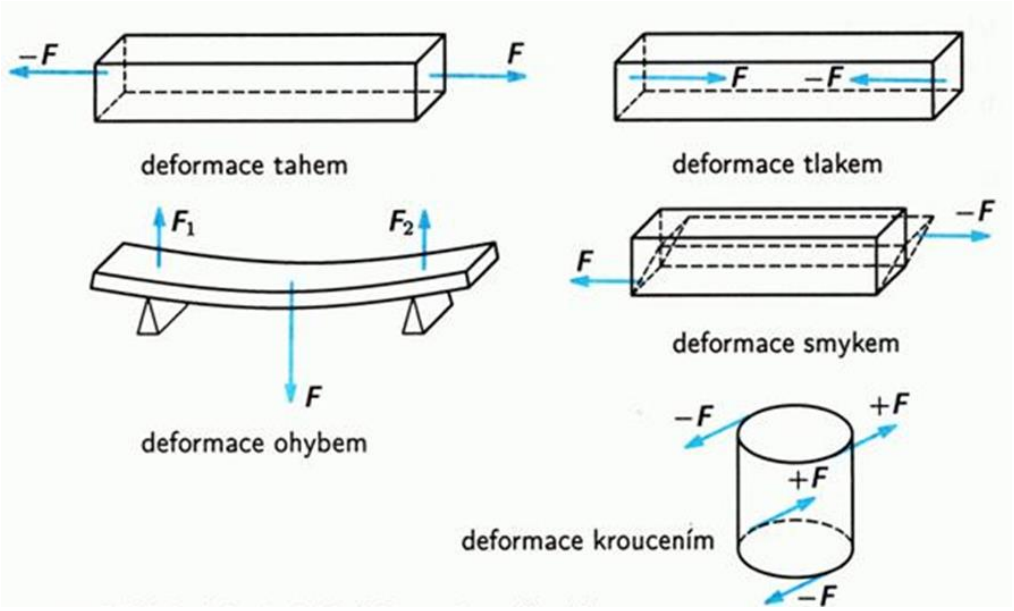
[14] Translace je postupné přemísťování tělesa či bodu v prostoru.

V důsledku působení sil může rovněž dojít k nevratným změnám v poloze atomů tělesa. Tvar tělesa se po odstranění působící síly již nevrátí do původního stavu.

V takovém případě mluvíme o **nepružné deformaci** popř. blíže o **plastické deformaci**. Tyto deformace lze pozorovat např. u plastických látek.

Zůstávají-li během deformace body původně ležící v jedné rovině ve stejné rovině i po deformaci, označuje se taková deformace jako rovinná.

Síly působící na těleso lze rozlišovat podle druhu napětí, které v tělese vyvolávají na tahové, tlakové, smykové, ohybové nebo torzní. Tyto síly bývají také označovány jako deformační síly.



Obr. 16 - Jednotlivé typy deformací těles (5)

Neuvažuje-li se při popisu tělesa jeho deformace, mluvíme o tuhém tělesu.

2.6 Axiom o styku těles

V bodech dotyku je vzájemný pohyb těles

a) silně omezen ve směru normály v důsledku tuhosti těles

b) možný v tečném směru. Ale zde je ovlivněn specifickými fyzikálními podmínkami v místě dotyku (např. drsností, mazáním, teplotou, normálovým tlakem apod.)

c) možný za pohybu, když se musí dodávat energie

3 STATIKA – VYBRANÉ POJMY

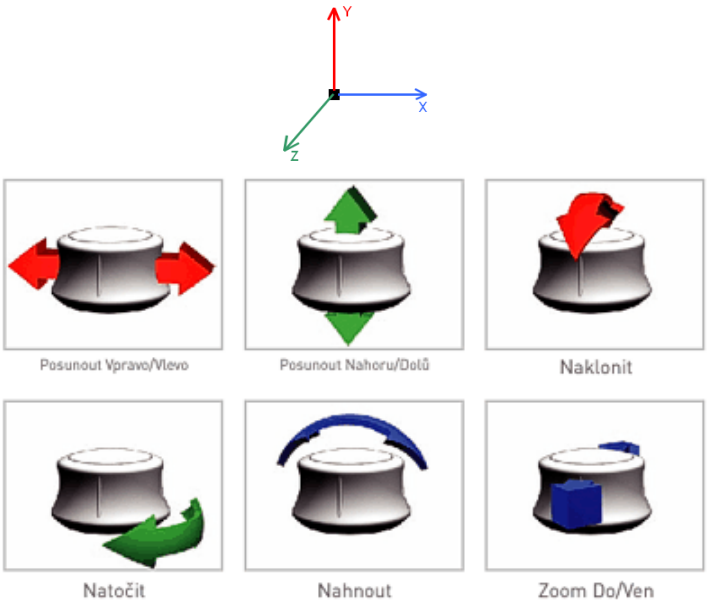
3.1 Poloha dokonale tuhého tělesa

Poloha dokonale tuhého tělesa v prostoru je plně určena polohou jeho tří bodů, které neleží v jedné přímce.

Souřadnice těchto tří bodů však nelze volit zcela libovolně, poněvadž jejich vzájemné vzdálenosti jsou určeny tvarem tělesa.

Z devíti souřadnic tří bodů tělesa lze volit pouze šest, neboť zbývající tři souřadnice již vyplynou z pevně určených vzdáleností vrcholů trojúhelníka tvořeného danými body. **Poloha tuhého tělesa je tak určena šesti souřadnicemi, které lze považovat za šest nezávislých parametrů.**

Tuhému tělesu je tedy přisuzováno **šest stupňů volnosti**. Takový počet stupňů volnosti má však pouze tuhé těleso, jehož poloha není omezována žádnými dalšími podmínkami (tedy volné těleso).

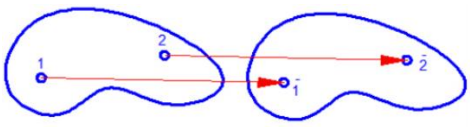


Obr. 17 – Šest stupňů volnosti(6)

3.2 Pohyb tuhého tělesa

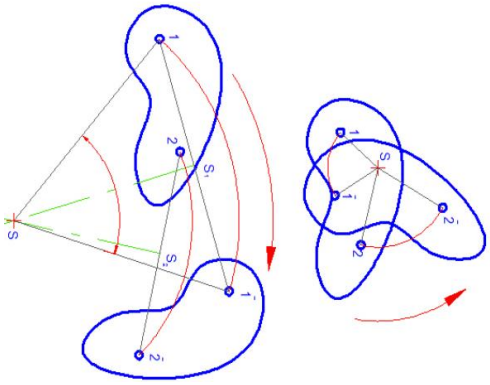
Pohyb tuhého tělesa lze vždy rozložit na (**Chaslesova věta**):

1. **posuvný pohyb (translaci),** kdy všechny body tělesa se pohybují po rovnoběžných trajektoriích,



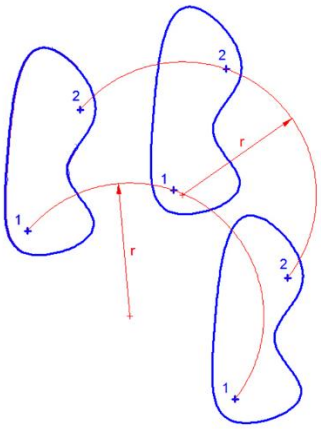
Obr. 18 – Translace

2. **otáčivý pohyb (rotaci)** kolem osy otáčení, kdy všechny body tělesa se pohybují po kružnicích se středy na ose otáčení,



Obr. 19 – Rotace(7)

3. Výsledný obecný pohyb tuhého tělesa je složením obou pohybů. Speciálním druhem posuvného pohybu je **pohyb paralelní (kruhový, spirálový, cykloidní).**



Obr. 20 – Paralelní pohyb(7)

3.3 Základní operace se silami v příkladech

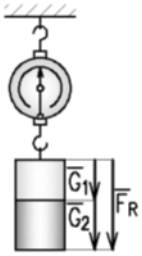
Základní operace se silami.

Zopakujme si základní premisy pro práci se silami:

1. **Posunutí síly:** sílu je možno po její nositelce libovolně posunout bez dalších důsledků.
2. **Skládání sil:** náhrada několika sil silou jedinou – výslednicí.
3. **Rozklad síly:** náhrada síly dvěma složkami v zadaných směrech (velmi často se jedná o rozklad do směrů souřadných os).
4. **Přeložení síly** na rovnoběžnou nositelku: sílu není možno přeložit na rovnoběžnou nositelku bez dalších důsledků (vzniká navíc tzv. silová dvojice).

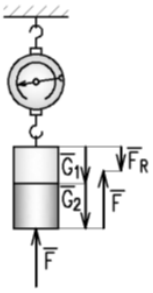
3.3.1 Rovinná soustava sil působící v téže vektorové přímce

Výslednice a rovnováha

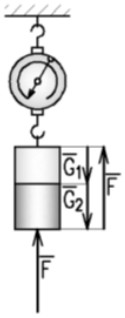


Pokus:

Na siloměr zavěsíme dvě závaží, jejich tíhy jsou G_1 a G_2. Siloměr ukáže výslednou sílu F_R odpovídající součtu obou tíhových sil (velikost $F_R = G_1 + G_2$).



Potom nadlehčíme závaží silou F a siloměr ukáže menší výslednou sílu $F_R = G_1 + G_2 – F$.



Nakonec nadlehčíme závaží silou, jejíž velikost odpovídá celkové tíhové síle a siloměr ukáže nulovou výchylku; účinky sil se vzájemně ruší, soustava G_1, G_2 a F je v rovnováze. Z tohoto pokusu plynou závěry pro výslednici a rovnováhu sil.

Velikost výslednice sil působících v téže vektorové přímce se rovná algebraickému součtu[15] všech těchto sil:

$$F_R = \sum_{1}^{n} F_i.$$

Soustava sil působících v téže vektorové přímce je v rovnováze, jestliže jejich algebraický součet se rovná nule (velikost výslednice se rovná nule):

$$F_R = \sum_{1}^{n} F_i = 0$$

Zkusíme si pokus se siloměrem převést na grafickém řešení sčítání sil. V pedagogice technických disciplín je metoda názornosti jedním z klíčových aspektů úspěchu pochopení žáka dané problematice.

[15] Algebraický součet je součet s ohledem na znaménko; obvykle přiřazujeme kladné znaménko silám působícím doprava (kladný smysl osy x) a nahoru (kladný smysl osy y). Symbol Σ (písmeno sigma velké řecké abecedy) čteme jako „suma“.

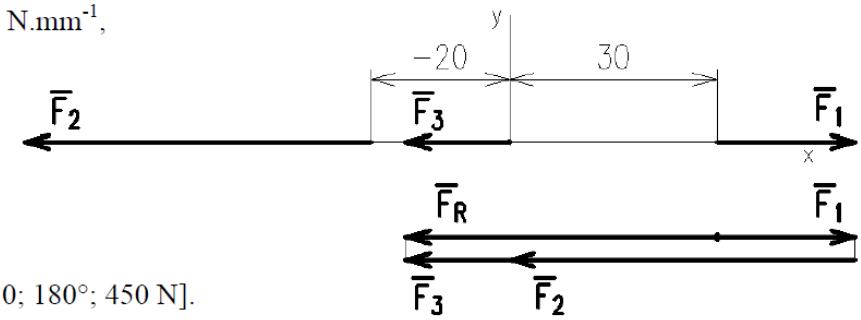
Příklad:

Jsou dány síly **F₁** = [30; 0; 0°; 200 N], **F₂** = [-20; 0; 180°; 500 N], **F₃** = [0; 0; 180°; 150 N]. Graficky i početně určete výslednici této soustavy.

a) grafické řešení

- volíme měřítko sil,
- volíme souřadný systém a síly zobrazíme,
- síly přeneseme a bez ohledu na pořadí složíme,
- sestrojíme výslednici a pomocí měřítka určíme její velikost.

m_F = 10 N.mm^{-1},



F_R = [0; 0; 180°; 450 N].

Vzhledem k možnosti sílu posunout je působiště výslednice kdekoli na ose x. Výslednici obdržíme, když spojíme počátek a konec soustavy, šipka výslednice směřuje k šipce poslední síly[16].

b) početní řešení

Vycházíme ze vztahu, že výslednice sil působících v téže vektorové přímce se rovná algebraickému součtu všech těchto sil:

$$F_R = \sum_{1}^{n} F_i.$$

Síle F_1 přiřadíme kladné znaménko, silám F_2 a F_3 záporné znaménko:

$$F_R = F_1 - F_2 - F_3 = 200 - 500 - 150 = \underline{-450\ (\mathrm{N}).}$$

Znaménko výslednice říká, že smysl výslednice bude shodný se smyslem sil F_2 a F_3.

Příklad:

Graficky i početně **určete** výslednici sil:

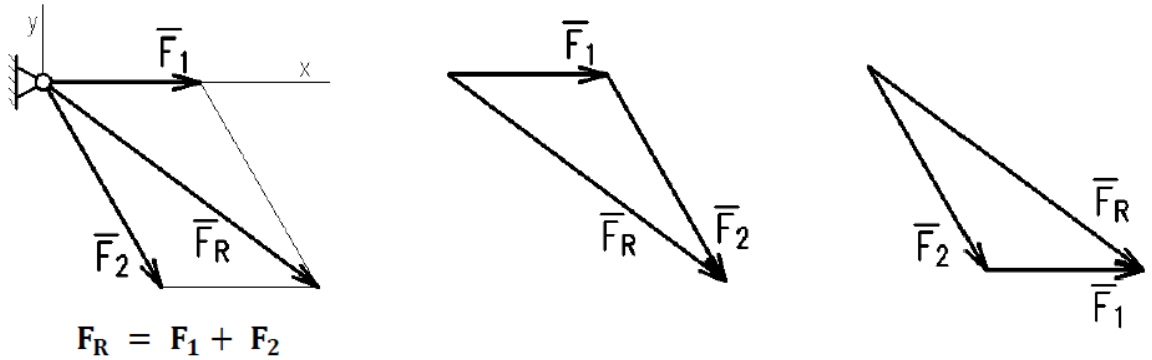
[16] Toto pravidlo bude platit i pro soustavu různoběžných sil.

1. **F_1** = [0; 0; 90°; 3 kN], **F_2** = [0; 10; -90°; 2,2 kN], **F_3** = [0; -20; 270°; 1,3 kN], F_4 = [0; -30; -270°; 4,2 kN].
2. Silou **F_4** uveďte do rovnováhy soustavu sil: **F_1** = [0; 0; 0°; 6 kN], **F_2** = [10; 0; 180°; 3,1 kN], **F_3** = [-40; 0; 0°; 8 kN].

3.3.2 Skládání dvou různoběžných sil

V této podkapitole si ukážeme jen princip grafického skládání dvou různoběžných sil. Později se budeme věnovat jednotlivým silovým soustavám podrobněji.

U dvou různoběžných sil lze vždy nalézt společné působiště; vzpomeňme si, že síly lze po jejich nositelkách posouvat. Síly skládáme vektorově (geometricky), výslednice tvoří úhlopříčku silového rovnoběžníku. Nepřehlédněte, že rovnice $F_R = F_1 + F_2$ je rovnicí vektorovou!

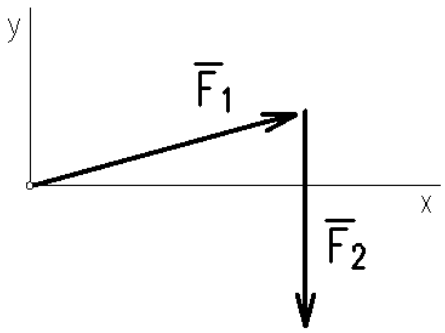


Pro řešení technických úloh je praktičtější skládat síly pomocí **silového trojúhelníku**, který je libovolnou polovinou silového rovnoběžníku (při skládání nezáleží na pořadí sil, v jakém je řadíme za sebou).

Postup si vysvětlíme na několika příkladech.

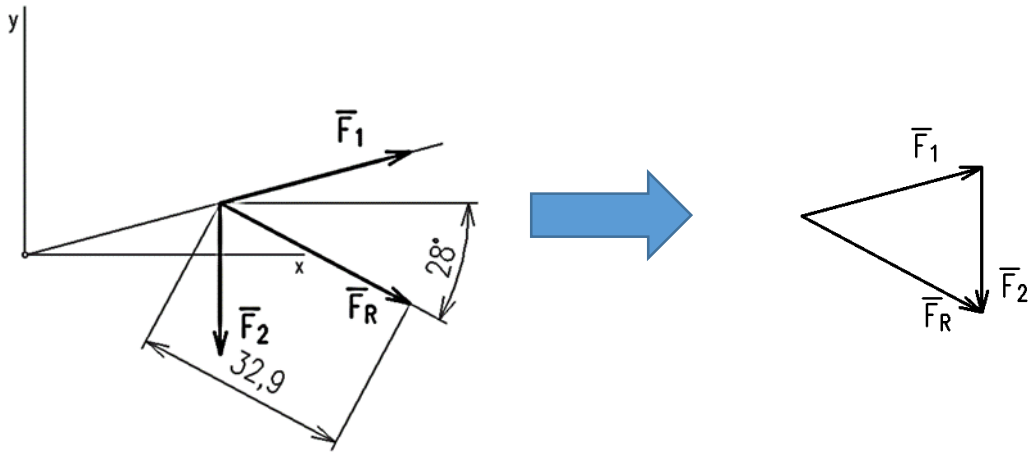
Příklad.

Graficky určete výslednici dvou sil: **F_1** = [0; 0; 15°; 1 200 N], **F_2** = [30; 10; -90°; 700 N], měřítko sil m_F = 30 N.mm^{-1}.



Řešení:

Síly posuneme do společného působiště. Přenášením rovnoběžek sestrojíme silový trojúhelník a výslednici přeneseme do obrázku umístění. Změříme výslednici a pomocí měřítka sil vypočítáme její velikost a změříme směrový úhel výslednice.



F_R = 32,9 * 30 = <u>987 N</u>

α = <u>-28°</u>

Příklad. Určete graficky výslednici sil:

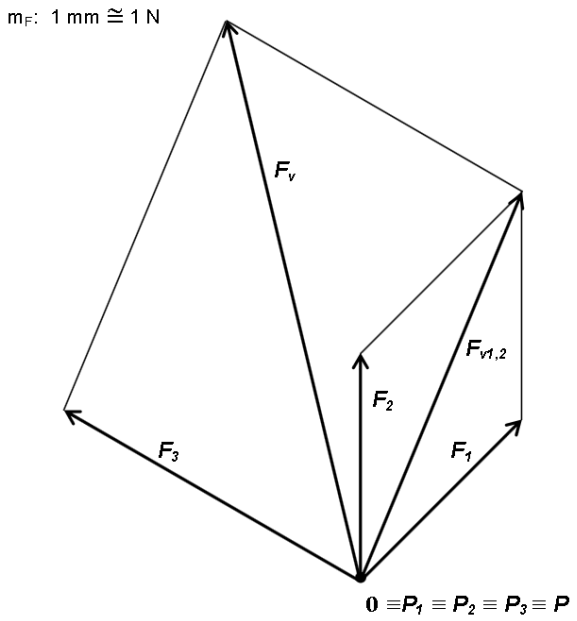
F_1 [0; 0; 45°; 40 N];

F_2 [0; 0; 90°; 50 N];

F_3 [0; 0; 150°; 60 N].

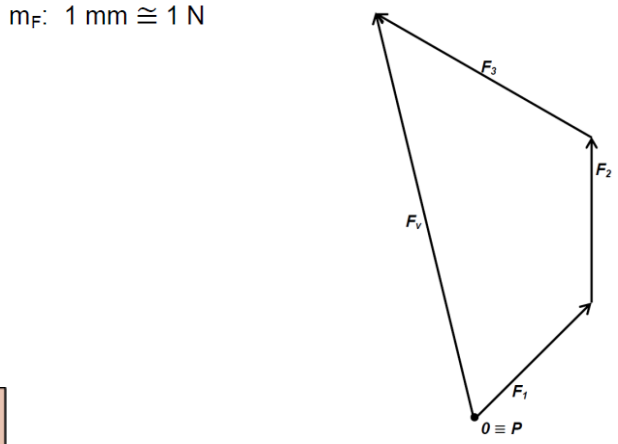
ŘEŠENÍ:

Výslednici sil F_1 až F_3, působících na těleso ve společném působišti $0 \equiv P_1 \equiv P_2 \equiv P_3$, určíme postupným geometrickým skládáním sil pomocí rovnoběžníků sil.



Toto sestrojení výslednice není přehledné. Z obrazce je ale patrno, že výslednici můžeme obdržet rychle postupným připojováním dalších sil tak, že je řadíme za sebou při zachování směru i smyslu sil. Obdržíme tak lomenou čáru, kterou nazýváme **čarou složkovou**, nebo též složkovým obrazcem, **silovým mnohoúhelníkem**.

Výslednice F_v je určena co do velikosti, směru i smyslu vektorem vedeným z počátku 0 ke koncovému bodu posledního připojeného vektoru a uzavírajícím tak složkovou čáru. Při tomto způsobu skládání sil ve výslednici nezáleží na pořadí sil u jejich skládání.



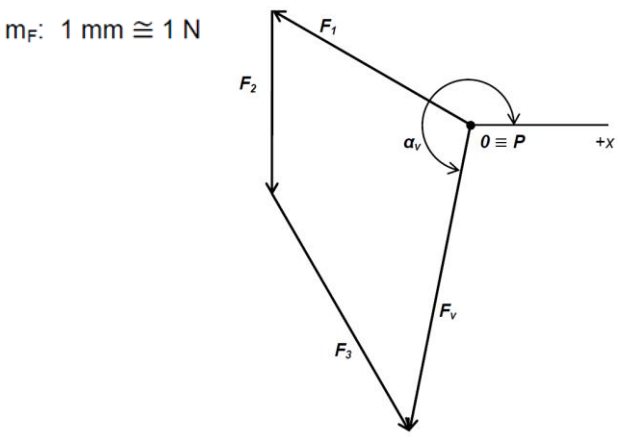
Příklad 3.

Určete výslednici sil:

F_1 [0; 0; 150°; 50 N];

F_2 [0; 0; 270°; 40 N];

F_3 [0; 0; 300°; 60 N].



Příklad 4. Určete výslednici sil graficky.

F_1 [0; 0; 0°; 40 N];

F_2 [0; 0; 140°; 50 N];

F_3 [0; 0; 230°; 30 N].

Výsledek: F_v [0 ;0 ; 152,7° ; 19,8 N]

3.4 Výslednice obecné soustavy sil

Obsah této kapitoly:

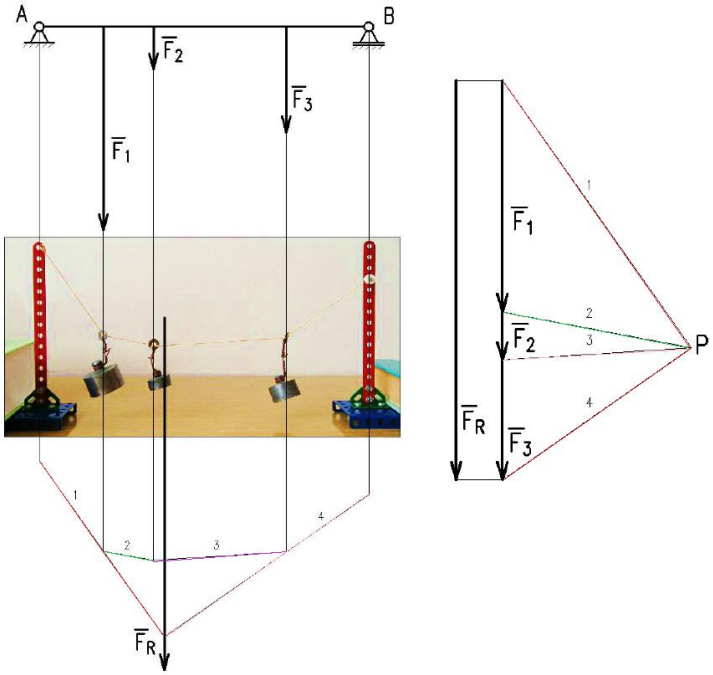
- Grafické řešení výslednice obecné soustavy sil, metoda vláknového mnohoúhelníku
- Momentová věta
- Početní řešení výslednice obecné soustavy

3.4.1 Grafické řešení výslednice obecné soustavy sil, metoda vláknového mnohoúhelníku

Grafická metoda vláknového mnohoúhelníku vychází z představy, že dané síly působí na vlákno, v jehož uzlech se ustaví rovnováha tří sil.

Každá větev vlákna je společná dvěma uzlům. Výslednice prochází průsečíkem krajních vláken. Protože vlákno je pouze prostředkem k nalezení výslednice, nezáleží na jeho tvaru a

poloze a **bod P – pól**, v němž se stýkají silové trojúhelníky, můžeme volit libovolně. Rovnovážné síly ve větvích vlákna se ve vláknovém mnohoúhelníku protínají ve společném bodě, v pólovém obrazci pak tvoří uzavřené trojúhelníky.



Postup řešení:

1. **Zvolíme měřítka sil a délek a soustavu zobrazíme.**
2. **Síly rovnoběžně přeneseme a složíme bez ohledu na pořadí**
3. **Sestrojíme výslednici (spojíme počátek a konec soustavy, šipka výslednice směřuje k šipce poslední síly).**
4. **Zvolíme pól P a sestrojíme silové trojúhelníky (propojíme pól s počátky a konci sil).**
5. **Sestrojíme vlákno tak, že na nositelce první síly (v obrázku síla F_1) zvolíme bod a vedeme jím rovnoběžky s první a druhou silou ve vlákně v pólovém obrazci (v obrázku síly – vlákna 1, 2). Pokračujeme dalšími silami – síly, které v pólovém obrazci tvoří trojúhelník, se ve vláknovém mnohoúhelníku protínají (v obrázku se vlákna 2,3 protínají na nositelce síly F_2 atd.).**
6. **Výslednice prochází průsečíkem prvního a posledního vlákna. Určíme její velikost a polohu od zvoleného bodu.**

Postup řešení se neliší, ani když nositelky sil nejsou rovnoběžné, ale obecně položené.

Příklad:

Graficky určete výslednici soustavy sil:

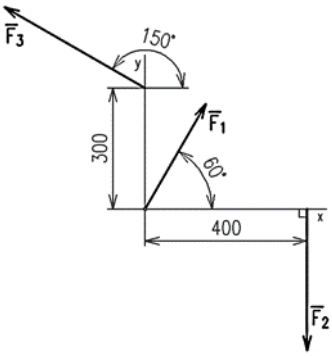
$\mathbf{F_1}$ = 3 kN,

$\mathbf{F_2}$ = 3,5 kN,

$\mathbf{F_3}$ = 4 kN.

$\mathbf{m_F}$ = 100 N*mm^{-1}

M 1 : 10 (rozměry jsou v milimetrech).



Pól můžeme zvolit kdekoli s ohledem na prostor, který máme v kreslicí ploše k dispozici.

S konstrukcí vláknového mnohoúhelníku začínáme v bodě, který zvolíme na nositelce síly F_1.

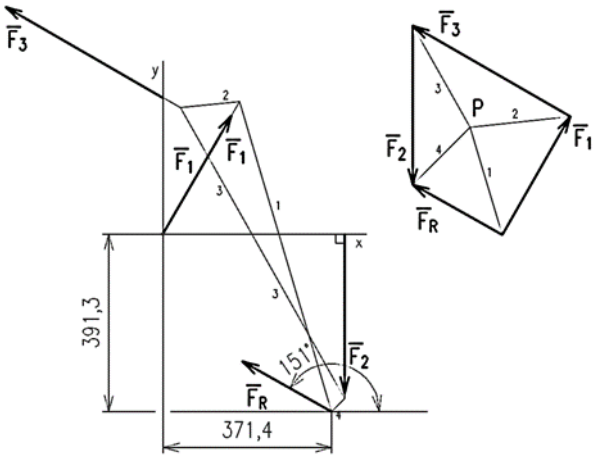
Řešení:

$\mathbf{F_R}$ = 2,25 kN,

$\boldsymbol{\alpha_R}$ = 151 °,

$\mathbf{x_R}$ = 371,4 mm,

$\mathbf{y_R}$ = -391,3 mm.



3.4.2 Momentová věta

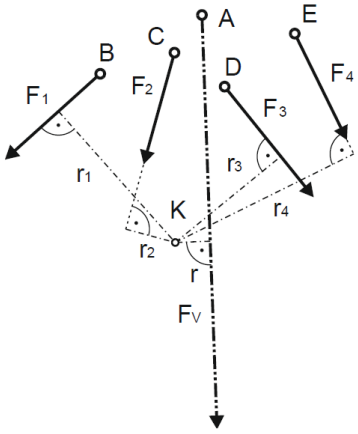
Polohu výslednice obecné soustavy určujeme pomocí výsledného momentu soustavy. Tento výsledný moment určíme pomocí momentové (také Varignonovy) věty.

Moment výslednice silové soustavy ke zvolenému bodu se rovná algebraickému součtu momentů jednotlivých sil k témuž bodu:

$$M_R = \sum_{1}^{n} M_i$$

Pokud vztah rozepíšeme detailněji:

$$M = \sum_{i=1}^{n} M_i = F_1 * r_1 + F_2 * r_2 + \cdots + F_n * r_n = F_v * r$$



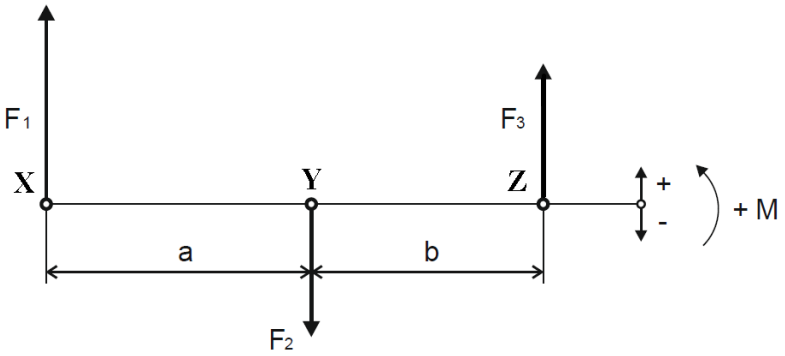
Moment soustavy sil vzhledem k bodu K

Příklad:

Zjistěte velikost výsledné síly F_v v této soustavě rovnoběžných sil a určete její vzdálenost r k bodu X. Pro výpočet využijte momentovou větu.

Zadáno:

F_1 = 500N **F_2** = 250N, **a** = 50mm **F_3** = 300N, **b** = 40mm



Řešení:

Velikost výslednice F_v

F_v = $F_1 - F_2 + F_3$ = 500N – 250N + 300N = **<u>550N</u>**

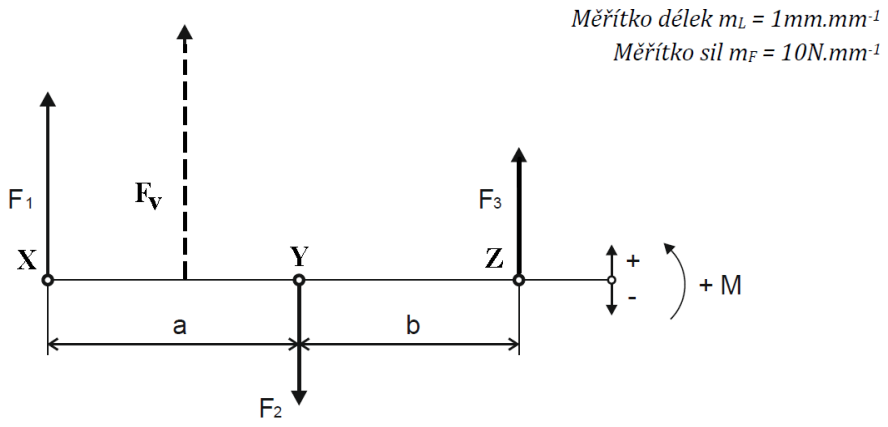
Velikost výsledného momentu této soustavy sil vzhledem k bodu X pak bude:

M_x = $F_1 * 0 - F_2 * a + F_3 * (a + b)$ = 500N * 0mm – 250N * 50mm + 300N * (50mm + 40mm) = 0 – 12500N*mm + 300N * (90mm) = -12500N*mm + 27000N*mm = **<u>14500N*mm</u>**

Rameno výslednice bude poté:

$$M_x = F_v * r \quad \rightarrow \quad r = \frac{M_x}{F_V} = \frac{14500N*mm}{550N} = \underline{26{,}36mm}$$

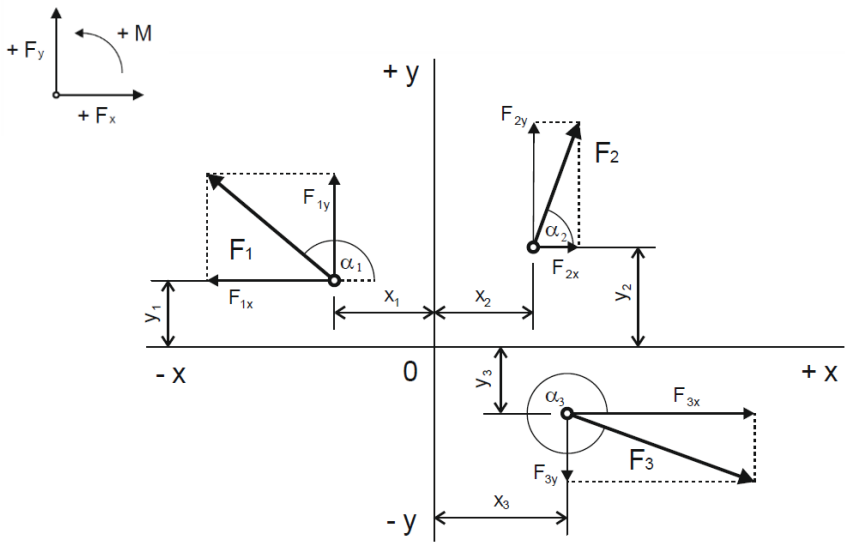
Grafické znázornění řešení



Před početním řešením výslednice silových soustav, které se společně s grafickou částí objeví v příštích příkladech, je nutno procvičit si výpočet výsledného momentu na příkladech.

Příklad:

Určete velikost výsledné síly $\mathbf{F_v}$ soustavy různoběžných sil a vypočítejte její vzdálenost **r** k bodu 0. K řešení úlohy využijte momentovou větu.



Zadané hodnoty:

F_1 (-15,10;140°;250N) F_2 (15,15;70°;200N) F_3 (20,-10;340°;300N)

Řešení:

Velikost složky výslednice F_{Vx}

$$F_{Vx} = \sum F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = F_1.\cos\alpha_1 + F_2.\cos\alpha_2 + F_3.\cos\alpha_3 =$$

$$= 250N.\cos 140° + 200N.\cos 70° + 300N.\cos 340° = -191{,}5N + 68{,}4N + 281{,}9N = 158{,}8N$$

Velikost složky výslednice F_{Vy}

$$F_{Vy} = \sum F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = F_1.\sin\alpha_1 + F_2.\sin\alpha_2 + F_3.\sin\alpha_3 =$$

$$= 250N.\sin 140° + 200N.\sin 70° + 300N.\sin 340° = 160{,}7N + 187{,}9N - 102{,}6N = 246N$$

Jelikož F_{Vx} a F_{Vy} mají kladné hodnoty, pak síla F_V leží v I. kvadrantu pomyslného souřadného systému umístěného v působišti výslednice soustavy sil.

Velikost úhlu α_V

$$\tan\alpha_V = \frac{|F_{Vy}|}{|F_{Vx}|} = \frac{246N}{158{,}8N} = 1{,}549 => \alpha_V = 57°09'$$

Velikost výslednice F_V

$$F_V = \sqrt{F_{Vx}^2 + F_{Vy}^2} = \sqrt{158{,}8N^2 + 246N^2} = 292{,}8N$$

Velikost výsledného momentu zadané soustavy sil k bodu 0

$$M_0 = F_{1x}.y_1 - F_{1y}.x_1 - F_{2x}.y_2 + F_{2y}.x_2 + F_{3x}.y_3 - F_{3y}.x_3 =$$

$$= |F_1.\cos\alpha_1 . y_1| - |F_1.\sin\alpha_1 . x_1| - |F_2.\cos\alpha_2 . y_2| + |F_2.\sin\alpha_2 . x_2| + |F_3.\cos\alpha_3 . y_3| - |F_3.\sin\alpha_3 . x_3| =$$

$$= |250N.\cos 140°.10mm| - |250N.\sin 140°.(-15)mm| - |200N.\cos 70°.15mm| +$$

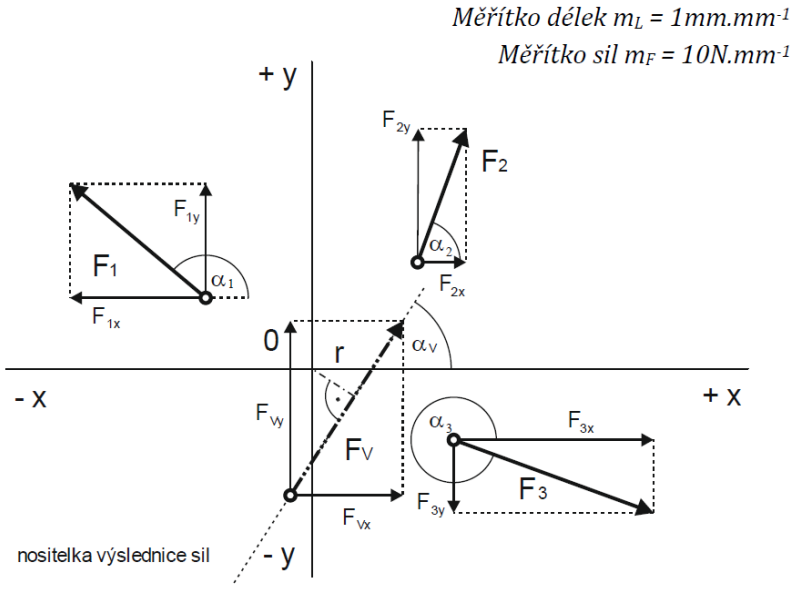
$$+|200N.\sin 70°.15mm| + |300N.\cos 340°.(-10)mm| - |300N.\sin 340°.20mm| = 2064{,}6N.mm$$

Přičemž absolutní hodnoty dílčích momentů zaručí, že velikost výsledného momentu nebude ovlivněna znaménky souřadnic polohy působišť zadaných sil a znaménky funkcí sinus a cosinus pro úhly sklonu sil F_1 až F_3 od kladného směru osy x.

Rameno výslednice r

$$r = \frac{M_0}{F_V} = \frac{2064{,}6N.mm}{292{,}8N} = 7{,}1mm$$

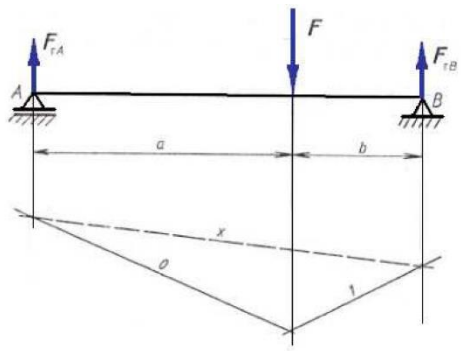
Grafické řešení:



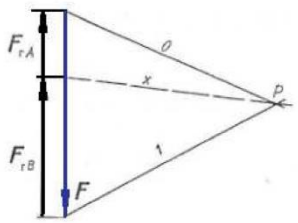
3.4.3 Reakce v nosníku o dvou podporách (1síla)

Uvažujme nosník, který je uveden na následujícím obrázku.

Určeme graficky a výpočtem velikost reakcí F_{rA} a F_{rB} u nosníku uloženého na dvou podporách A, B a zatíženého sílou F = 3000N, jejíž vzdálenost od podpory A je a = 400mm, od podpory B je b = 200mm.



Obr. Nosník uložený na dvou podporách



Obr. 8.2 Grafické řešení

Pokud máme takto zadán příklad, tak postupujeme dle výše uvedeného postupu a sestrojíme jednak grafické ale také výpočetní řešení.

Postup je následující:

Jelikož jsou známy veškeré proměnné v reakci, tak můžeme sestavit podmínky rovnováhy.

Podmínky statické rovnováhy jsou: $\Sigma F_x = 0;\ \ \Sigma F_y = 0;\ \ \Sigma M = 0;$

První podmínku nelze prakticky použít, protože je v daném případě automaticky splněna pro soustavu rovnoběžných svislých sil.

Pro určení dvou neznámých reakcí F_A a F_B použijeme další dvě rovnice, které mají tvar:

$$F - F_A - F_B = 0$$

$$M_B = F_A * l - F * b = 0$$

Tyto dvě rovnice řešíme:

$$F_A = \frac{F*b}{l} = \frac{3000N*200mm}{600mm} = \mathbf{1000N}$$

$$F_B = F - F_A = 3000 - 1000 = 2000N \text{ (Jednodušší cesta)}$$

$$F_B = F - F_A = F - \frac{F*b}{l} = F*\left(1 - \frac{b}{l}\right) = 3000N*\left(1 - \frac{200mm}{600mm}\right) = 3000N*\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{6000N}{3} =$$

$$\underline{\underline{= \mathbf{2000N}}}$$

Kontrola správnosti:

$$F - F_A - F_B = 0$$

Dosadím:

$$3000N - 1000N - 2000N = 0$$

$$M_B = F_A * l - F * b = 0$$

$$M_B = 1000N * 600mm - 3000N * 200mm$$

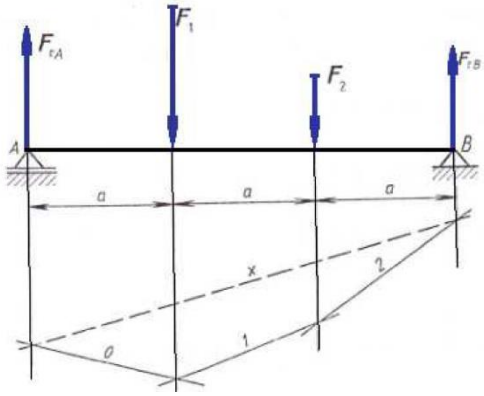
$$M_B = 600\ 000N * mm - 600\ 000N * mm = 0$$

3.4.4 Reakce v nosníku o dvou podporách (2 síly)

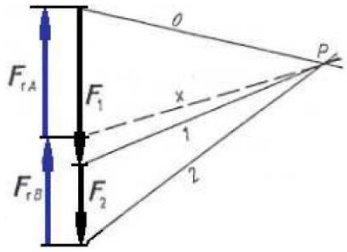
Pokud máme zadánu úlohu, která má obdobné parametry jako v předchozím případě s tím rozdílem, že se na nosníku o dvou podporách uvažují dvě síly, tak postup je totožný. Pro názornost si toto ukážeme v následujícím příkladu.

Příklad:

Určete graficky a výpočtem velikost reakcí F_{rA} a F_{rB} u nosníku na podporách A, B zatíženého silami F_1 = 2000 N, F_2 = 1000 N, rozměr a = 200 mm.



Nosník o dvou podporách (2 síly)



Grafické řešení pro zjištění reakčních sil

Početní řešení:

1. $\sum_{i=1}^{n} \quad F_{ix} = 0$ Ve směru osy X nepůsobí žádná síla.

2. $\sum_{i=1}^{n} \quad F_{iy} = 0 \qquad F_{rA} - F_1 - F_2 + F_{rB} = 0$

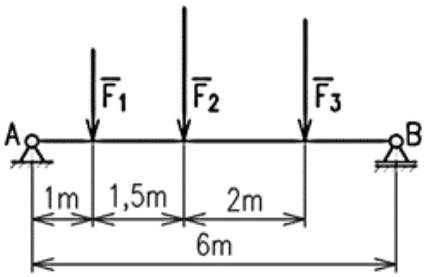
3. $\sum_{i=1}^{n} \quad M_i = 0 \qquad -F\,.\,a + F_{rB}\,.\,(a+b) = 0$

$$F_{rB} = \frac{F_1\,.\,a + F_2\,.\,2a}{3a} = \frac{2000N\,.\,200mm + 1000N\,.\,400mm}{600mm} = 1333N$$

$$F_{rA} = F_1 + F_2 - F_{rB} = 2000N + 1000N - 1333N = 1668N$$

Příklady:

1. Který důležitý základní princip mechaniky je základem metody vláknového mnohoúhelníku?
2. Jak určujeme při početním řešení smysl neznámých složek vazbových sil?
3. Jak zní momentová věta pro rovnováhu?
4. Kde a proč volíme nejčastěji vztažné body pro momentové podmínky rovnováhy?
5. Graficky vyřešte vazbové síly nosníku na dvou podporách, je-li dáno: $\mathbf{F_1}$ = 1 500 N, $\mathbf{F_2}$ = 2 200 N, $\mathbf{F_3}$ = 2 000 N. (Výsledky: $\mathbf{F_A}$ = 3 033 N, $\mathbf{F_B}$ = 2 667 N).



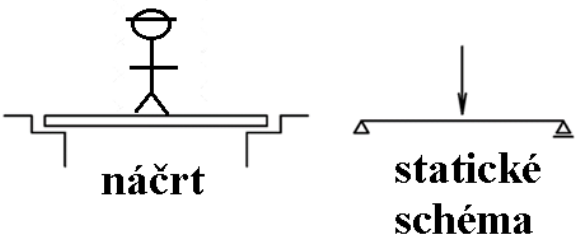
4 ROZDĚLENÍ VNĚJŠÍCH (ZATĚŽUJÍCÍCH) SIL

Vnějšími silami nazýváme síly působící na těleso, které jsou vyvolány působením jiných těles.

Dělíme je na:

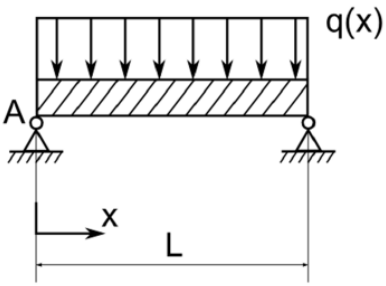
- Síly vázané na hmotu a působící ve všech bodech tělesa – síla gravitační (vlastní tíha). síly setrvačné, síly odstředivé atd.
- Síly působící z vnějšku na těleso – zatížení, reakce, klimatické aspekty - tlak větru, tíha sněhu atd.

U vnějších sil dále musíme rozlišovat, zda jde o **sílu osamělou -** např. stojící osoba na lávce přes řeku či položené závaží v určité části nosníku (s tímto typem síly budeme pro názornost a jednoduchost pracovat ze začátku nejčastěji).



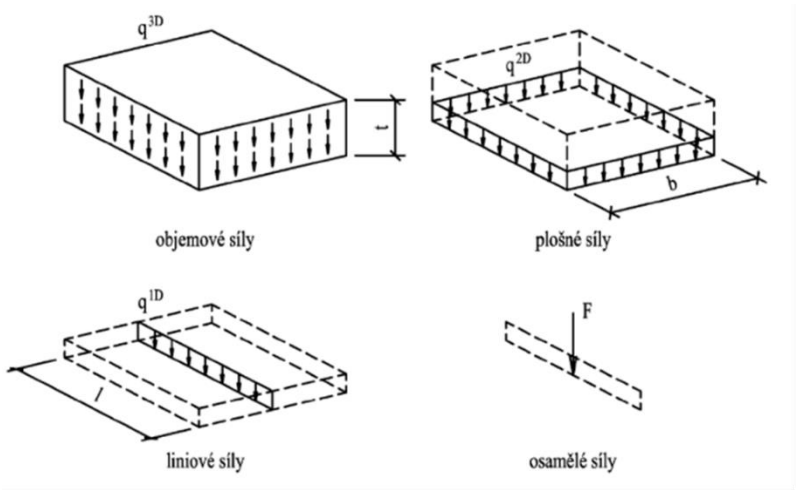
Obr. 21 – Osamělá síla

Nebo v praxi často narazíme na tzv. **spojitě rozloženou sílu**, což může být např. stejnoměrně nasypaná vrstva písku, sněhu, betonu, kde q(x) je síla na jednotku délky (plochy) – dáno funkcí [q] = N/m nebo N/m^2.



Obr. 22 – Spojitě rozložená síla

Dále rozlišujeme dle charakteru **síly objemové**. O silách objemových hovoříme tehdy, jde–li o případy tíhových sil těles v gravitačním poli.



Obr. 23 – Objemové a liniové síly(8)

Dále je třeba znát skutečnost, zda jde o **zatížení statické/quazistatické** při kterém dochází k řádově zanedbatelným nebo velmi pomalým změnám.

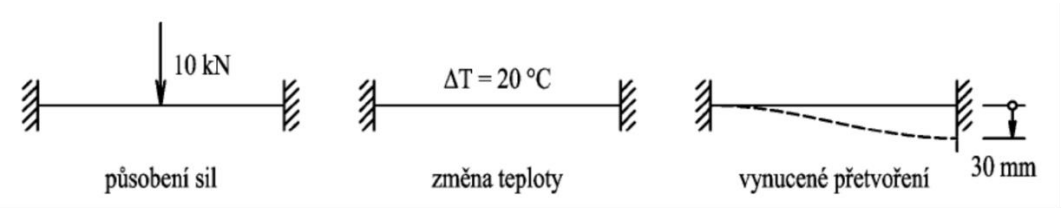
Naopak zatížení, které je charakterizováno jako **dynamické** se vyznačuje ději s rychle se měnícími parametry vzhledem k působícímu zatížení (typický příklad: tlakové působení větru)

V neposlední řadě je třeba rozlišit, zda jde o zatížení **místně stálé** (např. při upevnění stroje k základní desce) či o **zatížení pohyblivé** (např. pojezd mostového jeřábu).

4.1 Zatěžovací síly v praxi

V technické praxi se setkáváme s následujícími zatěžovacími jevy:

- působení sil na konstrukci,
- změna teploty konstrukce nebo její části,
- vynucené přemístění části konstrukce.



Obr. 24 – Zatěžovací síly v praxi(8)

4.2 Pružné těleso a teorie pružnosti

V technické praxi opřené o znalosti z oblasti pružnosti a pevnosti musíme ovšem upustit od idealizace, která je používána ve statice, tedy od pojmu **dokonale tuhého tělesa**.

Platí zde pravidlo, že účinkem vnějších sil mění každé těleso svůj tvar.
Deformace nemůžeme uvažovat jen z hlediska geometrie, neboť závisí nejen na silách, ale také na fyzikálních vlastnostech látek. O deformacích můžeme předpokládat, že jsou vzhledem k rozměrům součástí velmi malé a po odstranění zatížení zmizí.
Takové těleso nazýváme **pružným tělesem** a příslušnou látku **teorii pružnosti**.
O zatěžování platí ve statické teorii pružnosti a pevnosti předpoklad, že zatížení vzrůstá od nuly do konečné hodnoty velmi pomalu, takže těleso má dost času k vytvoření sil uvnitř tělesa, které tvoří odpor proti vnějším silám. Jinak by nemohla existovat rovnováha těchto sil a vznikaly by kmity.

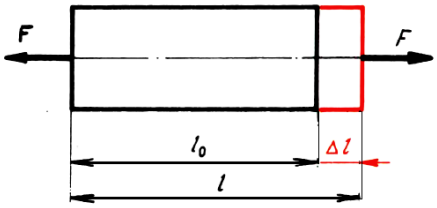
Při řešení úkolů pružnosti a pevnosti je nutno respektovat 3 základní hlediska:

1. **Hledisko statiky** – je nutné řešit rovnováhu mezi silami, které na těleso působí.
2. **Hledisko geometrie** – je nutné řešit deformaci tělesa (zde nám pomáhá pokus).
3. **Hledisko fyzikální** – uvádí do souvislosti zatížení a deformaci pomocí materiálových konstant.

4.3 Délkové a úhlové změny stavu (deformace)

Deformujeme–li celé těleso, deformuje se i každá jeho část. Můžeme tedy zkoumat pouze deformaci elementární krychle. V zásadě dojde ke změně délek (prodloužení nebo zkrácení) a ke změně pravých úhlů krychle.
Změnu délky nazýváme **prodloužením** (nebo **zkrácením**), změnu pravého úhlu **zkosem**.
Dále tedy budeme hovořit pouze o dvou druzích elementárních změn tvaru, ze kterých lze sestavit jakoukoliv změnu tvaru:

a) prodloužení (zkrácení)
b) zkos



Obr. 25 – Prodloužení o Δl

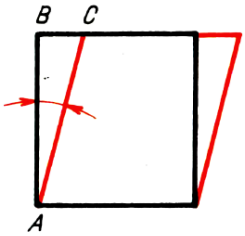
Prodloužení samo o sobě nám mnoho neříká. Různě dlouhé pruty stejného průřezu z téhož materiálu, zatěžované stejnou silou, budou mít různá prodloužení.

Abychom se od vlivu délky součásti oprostili, zavadíme pojem **poměrné prodloužení.**

Je to bezrozměrné číslo a vyjadřuje délkové prodloužení, případně procentuální prodloužení původní délky:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \qquad \varepsilon = \frac{mm}{mm} = 1 \qquad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \times 100\ [\%]$$

Zkos je změna pravého úhlu – viz. obr. 26.



Obr. 26 – Zkos

Při malé změně lze s dostatečnou přesností psát

$$\operatorname{tg} \gamma \doteq \gamma = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \qquad \gamma = \frac{mm}{mm} = 1$$

Kde $\overline{BC}$ je posuv, γ poměrné posunutí (zkos).

Závěrem tedy platí, že každá změna tvaru součásti sestává ze změny délky a ze změny pravého úhlu (zkosu), které lze početně vyjádřit vztahy:

$$\text{a)} \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \qquad \text{b)} \quad \gamma = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$$

4.4 Vnitřní síly (napětí)

Působením vnějších sil (příčina) vznikají síly (účinek).

Jsou to síly, které brání deformaci a snaží se částice tělesa vrátit do polohy, kterou měly před deformací.

Zjednodušeně předpokládejme zcela **izotropní homogenní materiál**, tj. hmotu, vyplňující úplně daný prostor tělesa, stejnorodou ve všech bodech tělesa a se stejnými vlastnostmi ve všech směrech.

Jestliže přijmeme tento předpoklad, který u kovů zcela souhlasí s pokusy, je pak třeba vysvětlit a zdůvodnit přítomnost vnitřních sil v kompaktním tělese.

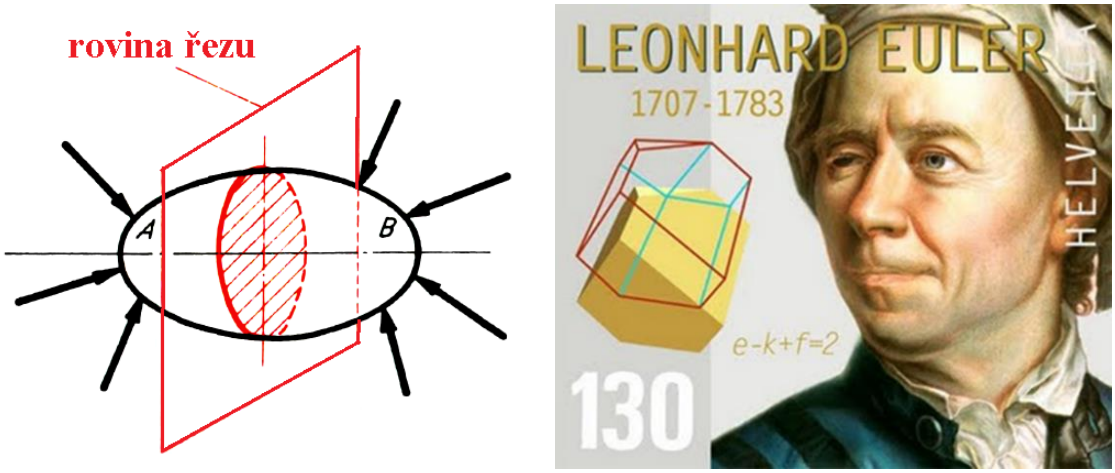
Je tedy třeba najít vhodný způsob, jak objevit a určit tyto síly a převést je do skupiny vnějších sil, které jsou nám pochopitelnější.

Při řešení tohoto úkolu vycházíme **ze třetího Newtonova zákona**, tj. z principu akce a reakce: „Každá akce vyvolává reakci stejné velikosti, ale opačné orientace“.

4.5 Řešení vnitřních sil Eulerovou metodou (metodou řezu)

Tvůrcem této metody je německý matematik **L. Euler**[17], který tak položil základ celé nauky o pružnosti a pevnosti.

Metoda spočívá v tom, že těleso rozdělíme myšleným řezem na dva díly A a B:



Obr. 27 – Eulerova metoda(10,9)

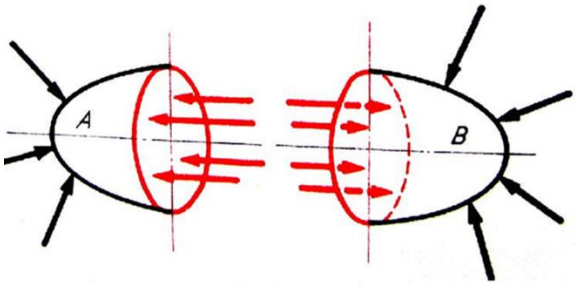
Nyní nebude v rovnováze ani část A, ani část B, protože jsme zrušili vnitřní síly, kterými obě části na sebe působily.

Aby zůstala část A i B v rovnováze, musíme v řezu připojit takové vnitřní síly, abychom jimi nahradili účinek části B na část A a obráceně.

Protože tyto účinky jsou stejné, budou stejné i síly připojené v řezu části A i B, ale opačné orientace.

[17] Euler je považován za nejlepšího matematika 18. století a za jednoho z nejlepších matematiků vůbec. Byl také velmi plodným autorem knih: jeho sebrané spisy čítají 60—80 svazků.

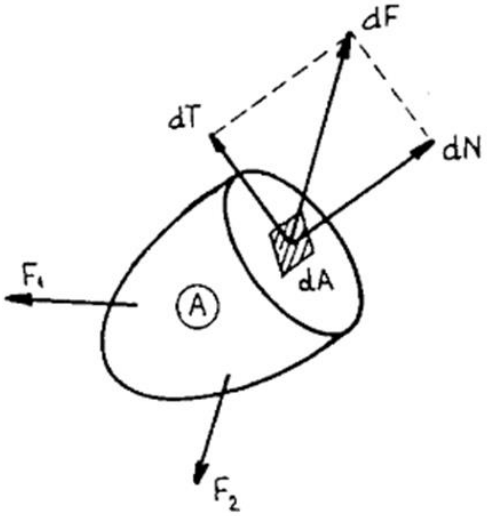
Uvažujeme – li jen část A, působí na ni dané vnější síly a v rovině řezu síly vnitřní, které nahrazují působení odříznuté části B (je to tedy reakce části B na A).



Obr. 28 – Znázornění vnitřních sil tělesa(10)

Tato metoda řezu tedy vysvětluje nejen vznik vnitřních sil v tuhém tělese, ale ukazuje také cestu k jejich určení.

Jestliže bylo původní celé těleso vlivem daných vnějších sil v rovnováze, musí být každá část po provedení řezu a zavedení vnitřních sil v rovině řezu také v rovnováze.



Obr. 29 – Rozklad vnitřní síly do dvou kolmých složek

Na obr. 29 je naznačena jedna elementární síla dF působící na elementární plošku dA.

Síla dF je obecně šikmá vůči plošce dA. Tuto sílu dF rozdělujeme zásadně do složky **kolmé k rovině řezu, tedy dN** a do **složky ležící v rovině řezu, tedy dT**.

Jako intenzitu vnitřní síly pak zavádíme vnitřní sílu působící na jednotku plochy – tzv. napětí.

V tělese tedy zavedeme dvě na sebe kolmá napětí:

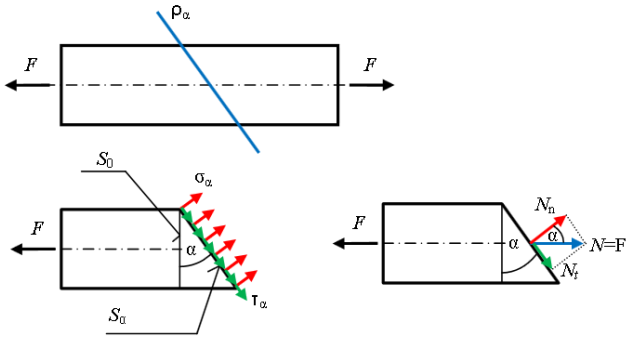
- **Normálové napětí**

$$\sigma = \frac{dN}{dA} \quad [N \cdot m^{-2} \equiv Pa \quad \text{resp.} \quad N \cdot mm^{-2} \equiv MPa]$$

- **Smykové napětí**

$[\tau = \frac{dT}{dA}$ $[N \cdot m^{-2} \equiv Pa$ resp. $N \cdot mm^{-2} \equiv MPa]$ ost normálového napětí v rovině příčného řezu můžeme vyjádřit jako podíl normálové vnitřní síly a počáteční plochy průřezu:

$$\sigma = \frac{N}{S_0} = \frac{F}{S_0}$$



Obr. 30 – Normálové a smykové napětí na šikmém řezu tyče namáhané tahem(10)

Shrnutí:

Nauka o pružnosti a pevnosti řeší účinek vnějších sil na těleso, a to deformací a napětí.

Každý druh zatížení je doprovázen určitou deformací. Rozlišujeme dva základní druhy deformací:

a) deformaci délkovou (prodloužení nebo zkrácení)

b) deformaci tvarovou (**zkos**).

Kontrolní otázky a úkoly.

1. Vyjmenujte základní prvky nosných konstrukcí, vysvětlete, jak jsou tvořeny, čím se od sebe liší, a uveďte pro jednotlivé prvky praktické použití.
2. Jaké je zásadní pojetí tělesa ve statice a jaké v teorii pružnosti a pevnosti?
3. Vyjmenujte tři hlediska, která je nutno vzít v úvahu při řešení všech úkolů pružnosti a pevnosti.
4. Jaké jsou základní změny tvaru při deformaci tělesa?

5. Definujte prodloužení, poměrné prodloužení a zkos.
6. Proč pojmy poměrné prodloužení a zkos zavádíme?
7. Jak rozdělujeme vnější (zatěžující) síly?
8. Demonstrujte na příkladech základní rozdělení vnějších zátěžových sil.

Seznam použité literatury

1. SALABA S. – MATĚNA A.: MECHANIKA I – STATIKA pro SPŠ strojnické. Praha: SNTL, 1977.
2. MRŇÁK L. – DRDLA A.: MECHANIKA – Pružnost a pevnost pro střední průmyslové školy strojnické. Praha: SNTL, 1977.
3. TUREK, I., SKALA, O., HALUŠKA J.: MECHANIKA – Sbírka úloh. Praha: SNTL, 1982.
4. LEINVEBER, J. – VÁVRA, P.: Strojnické tabulky. 5. doplněné vydání. Praha: Albra, 2011. ISBN 80-7361-033-7.

Rozvíjené klíčové kompetence studenta

Kompetence k řešení problémů

Studenti po přečtení textu by měli být schopni:

- porozumět zadání úkolu nebo určit jádro problému, získat informace potřebné k řešení problému, navrhnout způsob řešení, popř. varianty řešení, a zdůvodnit jej, vyhodnotit a ověřit správnost zvoleného postupu a dosažené výsledky
- uplatňovat při řešení problémů různé metody myšlení (logické, matematické, empirické) a myšlenkové operace

Matematické kompetence

Z matematických kompetencí rozvíjíme především:

- správné používání a převádění běžných jednotek
- provádění reálného odhadu výsledků řešení dané úlohy

- čtení a vytváření různých forem grafického znázornění (tabulky, diagramy, grafy, schémata apod.)
- efektivní aplikování matematických postupů při řešení různých praktických úkolů

Odborné kompetence

Vzdělávání směřuje k tomu, aby studenti:

- ovládali základní metody vědecké práce a řešení technických problémů
- vytvořili si správný názor a představu o technické proveditelnosti konkrétního záměru
- používali grafickou komunikaci jako dorozumívací prostředek technické praxe
- získali vhled do problematiky technických oborů, měli reálnou představu o obsahu a náročnosti uvažovaného vysokoškolského studia, zejména v technických oborech, a možnostech svého uplatnění po jeho absolvování
- aplikovali matematické a přírodovědné postupy i prostorovou představivost při řešení technických problémů, uměli je zdůvodnit a obhájit zvolené řešení

Seznam použitých zdrojů

(1) *Turbulentní proudění vzduchu za křídlem práškovacího letadla.* [online]. [cit. 2017-11-13]. Dostupné z: https://technet.idnes.cz/foto.aspx?r=veda&foto1=MLA38b402_Airplane_vortex_edit.jpg

(2) *DEFORMAČNÍ ÚČINKY SÍLY: deformace, tlaková síla, tlak, výpočet tlaku, tření a třecí síla.* Http://www.zslado.cz [online]. [cit. 2017-11-13].
Dostupné z: http://www.zslado.cz/vyuka/vyuka_fyzika/e_kurz/7/deformacniucinek/vykl.htm

(3) GRUBER, Josef. *MECHANIKA I: Statika* [online]. [cit. 2017-11-13].
Dostupné z: http://www.spstr.pilsedu.cz/osobnistranky/josef_gruber/mec_uceb/mec1_txt.pdf

(4) *Gumový silič - kroužek - různé barvy.* Www.rehabilitace-sport.cz [online]. [cit. 2017-11-13]. Dostupné z: https://www.rehabilitace-sport.cz/posilovace-prstu-dlane/266-gumovy-silic-krouzek-ruzne-barvy.html

(5) *Deformace pevného tělesa.* Http://mog.wz.cz [online]. [cit. 2017-11-13].
Dostupné z: http://mog.wz.cz/fyzika/2rocnik/kap213.htm

(6) *3D myši firmy 3Dconnexion*. Http://www.cadstudio.cz [online]. [cit. 2017-11-13].
Dostupné z: http://www.cadstudio.cz/prod/3dmouse.asp

(7) *Posuvný a rotační pohyb tělesa*. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2017-11-13].
Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Mechanika_tuh%C3%A9ho_t%C4%9Blesa

(8) *ZATÍŽENÍ KONSTRUKCÍ: 4. cvičení* [online]. [cit. 2017-11-13].
Dostupné z: http://www.fce.vutbr.cz/KDK/pilgr.m/BO01/BO01_cvi_04.pdf

(9) *Quién fue Leonhard Euler.* Https://hipertextual.com [online]. [cit. 2017-11-13].
Dostupné z: https://hipertextual.com/2013/04/quien-fue-euler

(10) MRŇÁK L. – DRDLA A.: *MECHANIKA – Pružnost a pevnost pro střední průmyslové školy strojnické.* Praha: SNTL, 1977