DOSLOV: Tarski, Etchemendy a logické vyplývání

Petr Hromek, katedra filozofie, FF OU v Ostravě[1]

Podle chápání logiky, které dominovalo zejména první polovině 20. století, byl za ústřední pojem logiky považován pojem logické pravdy: logika je podle tohoto názoru jednoduše nějakou množinou pravd, které lze vyvodit ze samozřejmých axiomů pomocí jednoho nebo více odvozovacích pravidel. Kupříkladu Gottlob Frege explicitně konstatuje:

> Podobně jako slovo „krásný" v estetice a slovo „dobrý" v etice, ukazuje slovo „pravdivý" směr v logice. Všechny vědy mají ovšem pravdu za svůj cíl, ale logika se jí zabývá zcela jiným způsobem. Chová se k pravdě tak jako třeba fyzika k tíži nebo teplu. Odhalovat pravdy je úkolem všech věd: logice připadá poznání zákonů pravdivosti. ... Ze zákonů pravdivosti se pak odvozují předpisy pro přesvědčení, myšlení, usuzování, vyvozování.[2]

Toto pojetí logiky odráží řada textů a monografií, které údajně vůbec neobsahují výraz „logické vyplývání" (angl. „logical consequence") a k němu ekvivalentní pojmy.[3] Snad v návaznosti na toto tradiční pojetí logiky začí-

---

1) Práce na překladu knihy a na této krátké studii byla umožněna díky projektu *Výzkumná síť teorie a dějin vědy*, reg. č.: CZ.1.07/2.4.00/31.0108. Děkuji zejména doc. Marku Otiskovi z katedry filozofie FF OU v Ostravě, který mne k účasti na projektu přizval, dále prof. Katherine Hawley a jejím kolegům z University of St Andrews za pozvání do St Andrews, kde probíhaly závěrečné práce na překladu. V neposlední řadě děkuji prof. Stephenu Readovi z výzkumného centra Arché při University of St Andrews za konzultace k překladu knihy.
(Work on the translation of the book and this study was made possible by the research project Web of the Theory and History of Science, reg: CZ.1.07/2.4.00/31.0108. I thank especially to Professor Marek Otisk from the Department of Philosophy of University of Ostrava, who invited me to participate in the project. I also thank to Professor Katherine Hawley and her colleagues from the University of St Andrews for the invitation to St Andrews, where the final work on the translation was done. Last but not least I thank to Professor Stephen Read from research center Arché at the University of St Andrews for his consultation with the translation of the book.)

2) Překlad Jiří Fiala. Citováno podle FREGE, Gottlob. *Logická zkoumání. Základy aritmetiky*, 2011, s. 95.

3) Viz READ, Stephen. *Thinking about Logic*, 1994, s. 61.

ná Stephen Read svůj úvod do filozofické logiky (*Thinking about Logic*) právě otázkou: „Co je to pravda?" Od naivních představ o tom, jak odlišit pravdu od nepravdy, pokračuje k filozofickým teoriím, Tarského technické teorii a rovněž k metafyzickým pojmům a teoriím, na něž nutně narazíme, potřebujeme-li vyjasnit například, co je nositelem pravdy (angl. „truth-bearer") apod. Při rozvíjení těchto otázek Read ukazuje, jak drastický je rozdíl mezi naší typicky automatickou odpovědí na otázku, zda je pravdivé nějaké konkrétní tvrzení (např. „Olovo je těžší než železo", „Kouření není zdraví škodlivé" apod.), a odpovědí na specificky filozofickou otázku, totiž co je pravda.

Nicméně, během 20. století se paradigma logiky změnilo, a dnešní filozofický truismus říká, že logika se spíše než zkoumáním pojmu pravdy zabývá pojmem logického vyplývání.[4] Logické vyplývání se pak již nezabývá izolovanými výroky, nehledě na to, zda jsou či nejsou logicky pravdivé, ale výroky sdruženými do úsudků (angl. „argument"). Jako příklad mírně absurdního úsudku můžeme uvést úvahu, v níž Tydlitek v Carrollově knížce *Alenka v kraji divů a za zrcadlem* poučuje Alenku o tom, co je logika:

> Jestliže to tak bylo, mohlo to tak být; a kdyby to tak bylo, bylo by to tak: ale protože to tak není, není to tak. To je logika.[5]

Poznamenejme, že spolu s proměnou paradigmatu logiky a jejího ústředního pojmu, se zřejmě zároveň změnilo i pojetí logiky v mimofilozofickém diskursu. Na rozdíl od pojmu pravdy, který je v běžném jazyce velmi frekventovaný, se totiž s pojmem logického vyplývání setkáme typicky pouze v odborném kontextu, v rámci běžného diskursu pak spíše v anekdotách[6] než

---

4) Připomeňme, že Etchemendy pojem logické pravdy již explicitně označuje za banální pravdy, které „jsou ... důležité jen proto, že představují jakýsi mezní případ logického vyplývání". Viz závěr 1. kapitoly.

5) V angličtině tato úvaha zní: „*If it was so, it might be; and if it were so, it would be: but as it isn't, it ain't. That's logic.*" Tuto „definici logiky" s oblibou cituje řada autorů, např. R. Smullyan (viz jeho *Jak se jmenuje tato knížka?*), G. Priest (*Logika: průvodce pro každého*) a celá řada dalších autorů různých úvodů do logiky.

6) Viz kupříkladu následující anekdotu, která jistě nepotřebuje překlad: *A freshman college student asked his grade advisor what he should study. „Logic," was the answer. „What is logic?" „Logic enables one to deduce certain facts from others. For example, do you have a lawn mower?" „Yes." „From which I conclude that you have a lawn." „Yes, I have a lawn." „From which, I take it, you have a house." „Yes, I have a house." „Then you are married ." „Yes, I have a wife." „And children?" „Yes, I have children." „From which I conclude that you are a heterosexual male." „I am indeed a heterosexual male. Gee, this logic is amazing! From the fact that I have a lawn mower, you could deduce that I am a heterosexual male. Remarkable!" As would happen, later the student met in*

v běžné konverzaci. A jak upozorňuje S. Read, liší se pojem logického vyplývání od pojmu pravdy ještě v dalším důležitém ohledu: zatímco v případě pojmu pravdy je úkolem filozofické analýzy vysvětlit, co tímto pojmem rozumíme, a nikoli rozhodnout, zda jsou běžná tvrzení pravdivá či nepravdivá, je v případě logického vyplývání úkolem filozofické analýzy nejenom podat fundovaný výklad tohoto pojmu, ale rovněž poskytnout nám technické nástroje, jak rozhodnout, zda ten či onen úsudek je či není logicky platný.[7] Ba co více, na rozdíl od tvrzení typu „Olovo je těžší než železo", které i diametrálně odlišné teorie pravdy obvykle jednomyslně vyhodnotí jako pravdu, může se v případě technických nástrojů určených ke zkoumání pojmu logického vyplývání situace drasticky lišit a jeden a týž úsudek tak může kupříkladu relevantní logika vyhodnotit zcela jinak než klasická či intuicionistická logika.

Čtenář se tomuto stavu věcí, kdy se během jednoho století změnilo chápání ústředních pojmů logiky, může podivit. O to podivnější je pro něj možná zjištění, že ústřední pojem logiky, tj. pojem logického vyplývání, může i po dvou a půl tisíci letech být stále ještě problematický. A jak ukazuje Etchemendyho knížka, skutečně tomu tak je. Nepředbíhejme však a začněme od začátku, tj. od Aristotela. V citátu, který najdeme v knížce v 6. kapitole, charakterizuje Aristotelés pojem logického vyplývání (resp. přesněji: deduktivní charakterizaci logického vyplývání) následovně:

> Dedukce (sylogismus) je diskurs, v němž z něčeho předpokládaného nutně plyne cosi jiného, a to jen na základě toho předpokládaného. Říkám-li „jen na základě toho předpokládaného", rozumím tím, že to jiné z těch předpokladů plyne. Konečně tím, že to plyne, rozumím to, že aby ono jiné nutně nastalo, nepotřebujeme kromě těch předpokladů nic dalšího. (Aristotelés, *An. Pr.* 24b, 18–22.)[8]

K tomuto textu se vracíme proto, že si podle našeho názoru zaslouží více pozornosti, než kolik mu věnoval Etchemendy. Lze totiž tvrdit, že toto pojetí logic-

---

the hall another student whom he knew and told him that he should study logic. „What is that?" the friend asked. „It enables you to deduce one proposition from another. For example, do you have a lawn mower?" The friend replied, „No." The student then said, „You faggot!" Viz SMULLYAN, Raymond. *Some Interesting Memoirs*, 2002, s. 80.

7) Viz READ, Stephen. Tamtéž, s. 34–35.

8) Volný překlad z řečtiny P. H. Viz řecký text: συλλογισμὸς δέ ἐστι λόγος ἐν ᾧι τεθέντων τινῶν ἕτερόν τι τῶν κειμένων ἐξ ἀνάγκης συμβαίνει τῶι ταῦτα εἶναι. λέγω δὲ τῶι ταῦτα εἶναι τὸ διὰ ταῦτα συμβαίνειν, τὸ δὲ διὰ ταῦτα συμβαίνειν τὸ μηδενὸς ἔξωθεν ὅρου προσδεῖν πρὸς τὸ γενέσθαι τὸ ἀναγκαῖον.

kého vyplývání založilo tradici, kterou lze vystopovat až do současnosti. Poznamenejme ale nejprve, že v řeckém textu je v první větě termín „συλλογισμὸς", kterým se v moderní filozofické terminologii rozumí obvykle mnohem úžeji vymezený druh úsudků, jmenovitě především tzv. kategorické sylogismy. Přesnější nicméně zřejmě je, rozumíme-li zde použitým termínem „sylogismus" obecně „deduktivní vyvozování"[9], a to v opozici vůči pojmu „ἔλεγχος", kterým se rozumí vyvrácení, tj. vyvození sporu s tím, co předpokládáme.[10]

Zrekapitulujeme-li Aristotelovo pojetí ještě stručněji, pak můžeme říci, že Aristotelés za logicky platný považuje takový úsudek, v němž si premisy nějakým způsobem „vynucují" vyvození závěru. Toto „vynucení závěru" můžeme považovat za význačnou modální charakteristiku logického vyplývání. Díky čemu však logicky platné úsudky tuto modální charakteristiku mají, a úsudky, jež logicky platné nejsou, tuto charakteristiku nemají? Tradiční odpověď říká, že logicky platné úsudky mají tuto vlastnost čistě díky své *logické formě*. Kupříkladu Aristotelés v *Prvních analytikách* prozkoumal všechny varianty kategorických sylogismů (přiznejme, že kromě tzv. čtvrté figury, která je nicméně převoditelná na první figuru), tj. všechny formy specifických úsudkových schémat, a zjistil, že tato úsudková schémata zachovávají pravdivost: pokaždé je tomu tak, že má-li daný úsudek pravdivé všechny premisy, pak má zároveň pravdivý i závěr. Tato charakterizace logického vyplývání se nijak dramaticky nezměnila ani v pojetí stoické logiky a lze ji úspěšně doložit také ve středověké logice.[11]

Po krátké epizodě port-royalské logiky, kdy studium logiky degradovalo na psychologistická bádání, toto pojetí úspěšně pokračovalo v Bolzanově analýze logických vlastností a konečně v Tarského pojetí, které lze považovat jistým způsobem za završení této tradice. Můžeme tak s jistou nadsázkou parafrázovat slavnou Quinovu poznámku na téma moderní logiky:

> Kvantifikační analýza logického vyplývání je starobylá nauka a od roku 1936 je to velká a důležitá nauka.[12]

---

9) Jako „deduction" termín „syllogismos" do angličtiny překládá např. Robin Smith. Viz ARISTOTLE. *Prior Analytics*, 1989, zde zejména úvod na s. xv-xvi a překlad našeho citátu na s. 2.

10) Takto můžeme platónský „ἔλεγχος" pokládat za obdobu moderního pojmu nepřímého důkazu.

11) Viz např. HANKE, Miroslav. Perspektivy logické sémantiky Jana Buridana, 2007, s. 111–142.

12) Zde jsem parafrázoval slavnou poznámku W. V. O. Quina v předmluvě k jeho knize *Methods of Logic*: „*Logika je starobylý předmět. A od roku 1879 je to také velký [a významný] předmět.*" Viz Quine, Willard van O., *Methods of logic*, 1966, s. vii: „*Logic is an old subject, and since 1879 it has been a great one.*" Rokem 1879 Quine činí aluzi na rok vydání Fregeho díla *Begriffsschrift*.

Pro uvažované pojetí je totiž typické to, že charakterizuje logické vyplývání jednoduše jako „zachovávání pravdivosti ve všech instancích" (daného úsudkového schématu, resp. logické formy) a v literatuře se obvykle označuje jako „kvantifikační definice" (resp. analýza) logického vyplývání.[13]

Zrekapitulujme si nicméně, jak logické vyplývání charakterizují moderní autoři. Jako příklad nám poslouží Jaroslav Peregrin a Vladimír Svoboda a jejich pojetí logických vlastností v jejich společné knize *Od jazyka k logice: filozofický úvod do moderní logiky*. Peregrin a Svoboda zdůrazňují, že ještě než bude logika moci o nějakém konkrétním úsudku rozhodnout, zda je či není logicky platný, musí nejprve najít jeho logickou formu . (Poznamenejme ještě, že J. Peregrin a V. Svoboda rezervují pojem (logické) *platnosti* až pro logické formy a v případě konkrétních úsudků pak hovoří o jejich logické *správnosti* či *nesprávnosti*. Používají tedy mírně odlišnou terminologii, než kterou jsme se řídili v překladu Etchemendyho knihy.) Uvažujme kupříkladu následující dva úsudky:

> Všichni vědci jsou výstřední. Albert Einstein je vědec. Tudíž, Albert Einstein je výstřední.
>
> Všichni vědci jsou výstřední. Charlie Chaplin je vědec. Tudíž, Charlie Chaplin je výstřední.

Předložíme-li tyto úsudky studentům, kteří se poprvé seznamují s logikou, bez váhání označí první úsudek jako logicky platný, zatímco v případě druhého úsudku budou většinou váhat. Souhlasíme-li s určitou licencí s tím, že první úsudek má pravdivé všechny premisy[14], je v případě druhého úsudku zřejmé, že minimálně druhá premisa je nepravdivá, a nepravdivý je rovněž závěr. Platí nicméně, že oba úsudky mají stejnou logickou formu. Logickou formu úsudku pak nalezneme ve dvou krocích (tyto kroky mohou obsahovat řadu dalších dílčích kroků), z nichž první představuje nalezení logické struktury.[15] Logickou strukturou můžeme s jistým zjednodušením rozumět takovou reformulaci daného úsudku, v níž logické výrazy nahradíme „logickými konstantami" a vlastní jména mimologickými konstantami. Dostaneme tak následující formulace obou úsudků:

---

13) Podrobněji k historii kvantifikačních definic logického vyplývání viz KOREŇ, Ladislav. Quantificational Accounts of Logical Consequence I: From Aristotle to Bolzano, 2014, s. 24–28.

14) Přestože americký sitkom *The Big Bang Theory* tvrdí něco jiného, mohou zřejmě existovat vědci, kteří nejsou výstřední. S určitým zjednodušením nicméně předpokládejme, že první premisa obou úsudků je pravdivá.

15) Viz SVOBODA, Vladimír a Jaroslav PEREGRIN. *Od jazyka k logice*, 2009, s. 52–64.

$\forall x$ (*x* je vědec → *x* je výstřední). *a* je vědec. Tudíž, *a* je výstřední.

$\forall x$ (*x* je vědec → *x* je výstřední). *c* je vědec. Tudíž, *c* je výstřední.

Nicméně, protože osobnost Alberta Einsteina a Charlese Chaplina není pro logickou platnost či neplatnost daných úsudků nijak zásadně důležitá, můžeme vlastně oba úsudky nahradit např. následující strukturou:

$\forall x$ (*x* je vědec → *x* je výstřední). *m* je vědec. Tudíž, *m* je výstřední.

Konečně, logickou formu dostaneme z logické struktury tak, že všechny mimologické výrazy nahradíme parametry, resp. proměnnými.[16] Logickou formu úsudků tak představují následující úsudkové formy:

$\forall x\,[P(x) \rightarrow Q(x)],\, P(a) \vDash Q(a)$,

$\forall x\,[P(x) \rightarrow Q(x)],\, P(c) \vDash Q(c)$,

resp. opět, nahradíme-li mimologické konstanty *a* a *c* výrazem *m*, dostaneme:

$\forall x\,[P(x) \rightarrow Q(x)],\, P(m) \vDash Q(m)$.

Nyní je evidentní, že obě úsudkové formy jsou identické – dostali jsme pro oba konkrétní úsudky jednu logickou formu. Máme-li tedy první úsudek považovat za logicky platný, musíme za logicky platný považovat i druhý úsudek. Oba tyto úsudky představují příklad logicky správné úvahy. Fakt, že minimálně jedna premisa druhého úsudku není pravdivá, má studenta či čtenáře upozornit na to, že při studiu logického vyplývání se máme zaměřit nejenom na situace, kdy předpokládáme, že všechny premisy úsudku jsou pravdivé, ale rovněž na situace, kdy o pravdivosti premis nemáme podrobné informace.[17] I v takovém případě může daná úvaha být užitečná, zejména dovíme-li se potřebné informace někdy později.

Zdálo by se tedy na první pohled, že po roce 1936 představuje zkoumání logického vyplývání disciplínu, která má vyjasněné základní pojmy a kte-

---

16) *„Logickou strukturu výroku zachycuje jeho reglementace, v níž jsou logická slova nahrazena standardizovanými logickými konstantami (a případně ostatní výrazy konstantami mimologickými - takže jde o výrok formálního jazyka). Logickou formu výroku zachytíme tak, že v jeho logické struktuře nahradíme všechny mimologické výrazy parametry.“* Viz tamtéž, s. 64. Poznamenejme, že parametry zde autoři rozumí především výrazy, kterým nahrazují celé jednoduché (tzv. atomické) výroky. V našem příkladu bychom tak parametry mohli nahradit druhou premisu a závěr úsudku.

17) Někdy se tato situace s jistou nadsázkou uvádí poznámkou, že logikové respektují dělbu práce: pro sebe si rezervovali zkoumání logického vyplývání, jiným vědcům přenechali zkoumání jiných oblastí. V našem případě lze říci, že zkoumání výstřednosti přenechali např. psychologům a sociologům.

rou nečeká žádná zásadní změna. V terminologii T. S. Kuhna můžeme říci, že s Tarského analýzou logických vlastností se logika dostala do stádia „normální vědy“. Tyto poklidné vody však v roce 1990 rozčeřil John Etchemendy se svojí knížkou *The Concept of Logical Consequence*.[18] Zalistujeme-li knihou, není na první pohled vůbec zřejmé, komu je vlastně určena. Od čtenáře filozofa se předpokládá poměrně dobrá znalost logiky a moderní matematiky (zejména abstraktní algebry). Od čtenáře matematika se naopak očekává trpělivost se zdlouhavým a neformálním výkladem a některé pojmy a přístupy k logice, které nejsou v matematické logice běžné. Přes tuto skutečnost si knížka poměrně rychle našla své čtenáře a vyvolala řadu vášnivých reakcí. Našla si některé příznivce, příkladem je Stephen Read,[19] ale většinou vyvolala spíše negativní odezvu.

V eseji Reflections on Consequence,[20] kterou určitě doporučujeme čtenáři k prostudování po přečtení této knihy, Etchemendy znovu rekapituluje svoji kritiku:

> [Tarského] reduktivní analýza logického vyplývání nepředstavuje v žádném případě hloupou nebo dokonce triviálně chybnou teorii: právě naopak je tato teorie dostatečně atraktivní a působí velmi přesvědčivě. Je atraktivní, protože nám slibuje, že ze samotného středu logiky vymýtí celou řadu obskurních pojmů a nahradí je mnohem jasnějším pojmem pravdy. Působí přesvědčivě, protože je založena na vlastnostech, které opravdu představují důležité charakteristiky logicky platných úsudků. Proto tuto analýzu opakovaně – s většími či menšími obměnami – předložili různí autoři. Nejenom Tarski, ale rovněž Bolzano, Russell, Quine a ně-

18) Některé body své analýzy Tarského definice logického vyplývání naznačil Etchemendy již ve svém článku ETCHEMENDY, John. Tarski on Truth and Logical Consequence, 1988.

19) Viz např. jeho reference o Etchemendyho knížce v READ, Stephen. *Thinking About Logic*, 1994, a zejména pak READ, Stephen. Formal and Material Consequence, 1994.

20) Etchemendy odmítl názor, že tato esej je pouze polemikou s kritiky Autor spíše zdůrazňuje, že se jedná o nové vyložení problémů modelově-teoretických definic logických vlastností, nicméně konstatuje, že ani po letech nemohl na této kritice nic podstatného změnit. Oproti knize zde však vyslovuje některé osobní názory na modelově-teoretickou analýzu, které dříve před čtenáři z ne příliš pochopitelných důvodů zatajil. Je rovněž zajímavé všimnout si slovníku, který Etchemendy používá: hned v úvodu se čtenářům své knížky omlouvá za to, že se dopustil dvou hříchů – *per comissione* a *per omissione* (v katolické terminologii jde o „hříchy skutky“ a „hříchy z nečinnosti“), na jiném místě hovoří o „damning indictment“ (odsuzujícím rozsudku), jinde se hlásí k „ecumenical stance“ (ekumenickému stanovisku), na dalším místě hovoří o reduktivní analýze jako o „article of faith“ (článku víry, tj. *dogmatu*) apod. Na rozdíl od knihy tedy v eseji s oblibou hojně používá náboženskou a právnickou terminologii.

kteří další lidé. Přesto je tato analýza navzdory své atraktivitě a přesvědčivosti chybná. Ty charakteristické vlastnosti, na něž se odvolává, nejsou ve skutečnosti pro logické vyplývání nijak fundamentální, ale spíše se jedná o pouhé symptomy skutečně původního pojmu vyplývání. A někdy jsou tyto symptomy koextenzivní s příčinou, která je skutečně způsobuje, častěji ale takto koextenzivní nejsou.[21]

Zmíníme-li negativní reakce, pak velká vlna kritiky se zvedla vůči Etchemendyho tvrzení, že se Tarski dopustil „Tarského omylu". Jak čtenář ví, takto Etchemendy pojmenoval problém s Tarského vysvětlením způsobu, jak úsudky platné podle modelově-teoretické analýzy nabývají status logicky platných úsudků. Zjednodušeně lze říci, že Tarski podle Etchemendyho tvrdí, že z materiálního vyplývání lze vyvodit nutné vyplývání.[22] S využitím symboliky modální logiky můžeme problém formulovat následovně:

Jestliže platí $K \vDash S$, pak $\Box$(Jsou-li všechny výroky z množiny K pravdivé, pak S je rovněž pravdivý).

Etchemendy poté rekonstruuje domnělý důkaz tohoto principu a dochází k závěru, že Tarského úvaha dokazuje něco zcela jiného, jmenovitě:

$\Box$[Jestliže platí $K \vDash S$, pak (Jsou-li všechny výroky z množiny K pravdivé, pak S je rovněž pravdivý)].

Nicméně, z druhého tvrzení nijak neplyne první tvrzení.[23] Tarského omyl je tak analogický banální chybě známé z modální logiky, podle níž zaměňujeme mezi formulemi $\Box(P \to Q)$ a $P \to \Box Q$.[24] Právě Etchemendyho obvinění Tar-

---

21) „*The reductive analysis of consequence is by no means a silly or trivially mistaken account. On the contrary, it is both attractive and plausible: attractive, because it promises to eliminate a host of obscure notions at the core of logic in favor of the vastly clearer notion of truth; plausible, because the definition is based on features that are indeed important characteristics of logically valid arguments. This is why the account has been put forward repeatedly, not only by Tarski, but in slightly different forms by Bolzano, Russell, Quine, and others. Yet in spite of its plausibility and attractiveness, the account is wrong: the identified features are not what underlie logical consequence, but merely symptomatic of the genuine relation. Sometimes these symptoms are coextensive with the cause, but more often they are not.*" Viz Tamtéž, s. 295.

22) Etchemendy se odvolává na text TARSKI, Alfred. *Logic, Semantics, Metamathematics*, 1983, s. 417.

23) Viz rovněž diskusi v SHER, Gila. Did Tarski Commit „Tarski's Fallacy"?, 1996, s.654–655.

24) Tyto dvě formule samozřejmě nejsou navzájem ekvivalentní, jak dokazuje kupříkladu jednoduchý kripkovský model (v logice K): Předpokládejme, že platí $V(\Box(P \to Q), W) = 1$ a $V(P \to \Box Q, W) = 0$. Jestliže $V(P \to \Box Q, W) = 0$, pak $V(P, W) = 1$ a $V(\Box Q, W) = 0$, tudíž musí existovat ales-

ského z této banální logické chyby vyprovokovalo M. Stroińskou a D. Hitchcocka k novému anglickému překladu Tarského článku o logickém vyplývání, tentokrát z polštiny a nikoli z němčiny, jak je tomu ve výboru TARSKI, Alfred, *Logic, Semantics, Metamathematics*.[25] Přes podrobný poznámkový aparát a internetový anglicko-německo-polský slovníček výsledek působí rozpačitě. Kromě důsledného nahrazení výrazu „logical consequence" výrazem „following logically", který mimochodem lépe odpovídá českému termínu „logické vyplývání", mezi starší a novější verzí překladu nejsou nijak zásadní rozdíly. Především problém s formulací „Tarského omylu" zůstal takřka beze změny. Můžeme tak jen zopakovat to, co z čistě historického hlediska k Etchemendyho kritice již dříve poznamenala Gila Sher:

> Dopustil se skutečně Tarski „Tarského omylu"? Považujeme-li tuto otázku za čistě historickou, pak odpověď je vcelku jednoduchá: Tarski skutečně tvrdil, že první intuitivní podmínku [tj. podmínku, že logické vyplývání musí být nutné] lze na základě jeho definice dokázat, avšak nijak toto tvrzení nedokázal (ani nenaznačil, jak by příslušný důkaz měl vypadat). To, co Etchemendy považuje za Tarského důkaz, je tedy ve skutečnosti jen pouhá spekulace.[26]

Podobně nešťastná byla zřejmě i Etchemendyho rétorika, s níž zavedl rozlišení mezi reprezentační a interpretační sémantikou. V knize apeluje na to, abychom na modelově-teoretickou sémantiku pohlíželi z perspektivy reprezentační sémantiky, protože interpretační sémantika čelí závažným problémům. Je užitečné všimnout si, jak na tento apel zareagovali někteří autoři. Kupříkladu známý český logik a filozof J. Peregrin tento apel přijímá, varuje

poň jeden svět W' takový, že WRW' (kde R je relace dosažitelnosti mezi světy), a že platí $V(Q, W') = 0$. Na druhou stranu, jelikož $V(\Box(P \rightarrow Q), W) = 1$, pak pro všechny světy W' takové, že WRW', platí $V(P \rightarrow Q, W') = 1$. Konečně, předpokládáme-li, že $V(P, W') = 0$ a $V(Q, W') = 0$, pak je zřejmé, že skutečně $V(\Box(P \rightarrow Q), W) = 1$ a $V(P \rightarrow \Box Q, W) = 0$. Tudíž, z $P \rightarrow \Box Q$ neplyne $\Box(P \rightarrow Q)$.

25) Svou motivaci shrnují M. Stroińska a D. Hitchcock slovy: „*Since it is prima facie unlikely that a logician of Tarski's stature would have committed such an elementary blunder at the height of his career, and that he would still be unaware of it more than 40 years later when editing the second edition of this paper's English translation, there is some burden on the interpreter of Tarski's paper to find a more charitable interpretation than Etchemendy's.*" Viz úvod k překladu TARSKI, Alfred. On the Concept of Following Logically, 2002, s. 168.

26) „*Did Tarski commit „Tarski's fallacy"? If we take this question as a historical question, the answer is quite simple: Tarski declared that the first intuitive condition was provable from his definition, but he did not specify (or indicate in any way) what the proof was. What Etchemendy takes Tarski's proof to be is, therefore, based on speculation.*" Viz SHER, Gila. Did Tarski Commit „Tarski's Fallacy"?, 1996, s. 655.

však že návrh považovat modelově-teoretickou sémantiku za reprezentační sémantiku vede do „slepé uličky“:

> Reprezentační sémantika může redukovat pojem nutné pravdy na pojmy reference a splňování jedině za předpokladu, že bychom mohli zjistit, které modelové struktury jsou možné, nějakým takovým způsobem, který by nebyl závislý na našem předchozím vědění o tom, co je nutně pravdivé. Nicméně, neexistuje žádný jiný přímý způsob, jak vstoupit do prostoru možných světů a určit jeho hranice, než ten, který vede skrze jazyk a pojem nutné pravdy. To, které světy jsou možné, víme na základě toho, co je nutné.[27]

Peregrin tedy správně konstatuje, že reprezentační analýza se točí v bludném kruhu. Nicméně, Etchemendy v Reflections on Consequence s překvapením konstatuje, že někteří autoři považují za drtivou kritiku jeho analýzy Tarského definic názory, které pozoruhodně korespondují s jeho vlastními názory na reprezentační sémantiku. Porovnejme tedy s výše uvedeným citátem J. Peregrina, co k problematice reprezentační sémantiky říká sám Etchemendy:

> Každý jednotlivý model představuje nějakou logicky možnou konfiguraci světa... Společně [tyto modely] reprezentují všechny možnosti, které jsou relevantní z hlediska pravdivostních hodnot výroků uvažovaného jazyka. ... Důsledkem této skutečnosti je *triviální fakt*, že výroky, které jsou pravdivé ve všech modelech, jsou logicky pravdivé, přinejmenším za předpokladu, že jsou skutečně splněny všechny „reprezentační směrnice“. Povšimněme si nicméně, že tento výsledek nám nedává žádnou analýzu logických vlastností, protože ony logické pojmy od samotného začátku prostě předpokládáme, jmenovitě: odvoláváme se na ně prostřednictvím kritérií, pomocí nichž posuzujeme naši třídu modelů.[28]

---

27) „*Representational semantics could be capable of reducing necessary truth to reference and satisfaction only if we were able to know what model structures are possible somehow independently of knowing what is necessarily true. However, there is no direct way to enter the space of possible worlds and identify its boundaries save taking the detour via language and necessary truth. To know which worlds are possible is to know what is necessary.*“ Viz PEREGRIN, Jaroslav. *Doing Worlds with Words*, 1995, s. 66.

28) „*Any individual model represents a logically possible configuration of the world... But jointly, they are meant to represent all of the possibilities relevant to the truth values of sentences in the language. ... Because of this, it is a trivial consequence that sentences which are true in every model are logically true, and arguments that preserve truth in every model are logically valid, at least if the representational criteria are genuinely satisfied. Note, however, that this does not give us an analysis of the logical properties, since the logical notions are presupposed from the very start, in the criteria by which we assess our class of models.*“ Viz ETCHEMENDY, John. Reflections on Consequence, 2008, s. 287–288. Zvýraznění P. H.

Etchemendy tedy sám explicitně tvrdí, že reprezentační sémantika je „triviální“ a nemůže podat žádnou analýzu logických vlastností, protože tyto vlastnosti jednoduše předpokládá. Rozlišení mezi interpretační a reprezentační sémantikou nicméně inspirovalo některé autory také pozitivně a kupříkladu Edward Zalta pomocí rozlišení mezi reprezentační a interpretační sémantikou zavádí vlastní (filozofickou) koncepci modální logiky, která mu umožnuje rozlišovat mezi výroky jako lingvistickými entitami na jedné straně a propozicemi jako abstraktními objekty na druhé straně a stanovit tak jemnější kritéria identity pro propozice, než umožnuje standardní logika.[29] Naopak Stewart Shapiro vytýká Etchemendymu, že svým rozlišením mezi reprezentační a interpretační sémantikou nevyčerpal všechny možnosti a navrhuje zkombinovat obě verze sémantiky do jednoho „konglomerativního“ pojetí, tj. pojetí, kde budeme měnit jak svět (interpretační sémantika), tak rovněž námi používaný jazyk (interpretační sémantika).[30]

Další věcí, na niž Etchemendy ve své kritice logických vlastností poukázal, je tzv. problém logických konstant. Etchemendy přímo označuje tento sporný bod za pseudoproblém a tvrdí, že se jedná o problém jedině díky chybnému chápání Tarského sémantiky. Při diskusi logických konstant poukazuje kupř. Gila Sher na jejich hybridnost, tj. že jsou zde do jedné skupiny poskládány věci, které zdánlivě nemají nic společného. V takovém případě je opravdu problematické vysvětlit, co mají logické konstanty společného, a čím je lze oddělit od ostatních výrazů jazyka:

> Standardní výklad logických konstant představuje jakousi hybridní definici: na jedné straně obsahuje vysoce informativní, exaktní a systematické kritérium pro logické spojky, jmenovitě boolovské kritérium, resp. kritérium, podle nějž daná spojka musí představovat nějakou pravdivostní funkci; na druhé straně je definice ostatních logických konstant zcela neinformativní a nesystematická, a jednoduše jde o definici pouhým výčtem. Výraz C je podle tohoto výkladu logickou konstantou (nejedná-li se o spojku) právě tehdy, jestliže C je „$\forall$“, nebo „$\exists$“, nebo „=“ (nebo konečně, jestliže můžeme C definovat pomocí konstant z tohoto seznamu a/nebo pomocí logických spojek).[31]

---

29) Viz ZALTA, Edward. A Philosophical Conception of Propositional Modal Logic, 1993.

30) Viz SHAPIRO, Stewart. Logical Consequence: Models and Modality, 1998.

31) „*The standard account of logical constants is hybrid: on the one hand it contains a highly informative, precise, and systematic criterion for logical connectives, namely, the Boolean or truth-functi-*

Je přitom pozoruhodné, že jak Etchemendy, tak ani žádný z jeho kritiků v případě kvantifikátorů neuvažuje možnost definovat je jako zobecněné konjunkce (při definici obecného kvantifikátoru), případně zobecněné disjunkce (při definici existenčního kvantifikátoru). Kupříkladu obecný kvantifikátor můžeme definovat jedním z následujících způsobů:

$$\forall x\, P(x) =_{\mathrm{df}} \bigwedge\nolimits_{i=1}^{n} \quad P(a_i) = P(a_1) \wedge \ldots \wedge P(a_n),$$

$$\forall x\, P(x) =_{\mathrm{df}} \bigwedge\nolimits_{i=1}^{\infty} \quad P(a_i) = P(a_1) \wedge \ldots \wedge P(a_n) \wedge \ldots$$

Zejména v případě reprezentační sémantiky by toto zobecnění bylo poměrně snadné. Kdybychom tedy uvažovali tuto možnost, pak by z problematických logických konstant, jak o nich hovoří G. Sher, zbyla pouze numerická identita, která ostatně v některých případech za čistě logický termín považována není (někdy bývá považována spíše za termín z oblasti matematiky a v učebnicích logiky tak lze tak narazit na verze logiky prvního řádu s identitou a verze logiky prvního řádu bez identity).

Dále si všimněme Etchemendyho interpretace věty o úplnosti. Ještě než si však uvedeme Etchemendyho názor, je dobré poznamenat, že současní logikové považují za největší „výdobytek“ moderní logiky právě různé metateorémy, které jsou schopni (na rozdíl od logiků předchozích generací) exaktně dokázat. A jedním z nejvýznačnějších a nejzajímavějších metateorémů o logice prvního řádu je věta o úplnosti.[32] Etchemendy však tvrdí, že větu o úplnosti musíme interpretovat zcela jiným způsobem, než jak bývá (např. v učebnicích) obvykle vykládána:

> Věta [o úplnosti] nám říká, že každý úsudek, který (modifikovaná) Tarského analýza vyhodnotí jako platný, je v daném deduktivním systému rovněž dokazatelný, a tudíž (díky intuitivní korektnosti systému) logicky platný. Díváme-li se na věc z této perspektivy, pak se zdá, že je tento teorém nevhodně pojmenovaný. Jeho cílem totiž ve skutečnosti je ujistit nás prostřednictvím správnosti jedné charakterizace logického vyplývání,

onal criterion; on the other hand it contains an altogether uninformative and unsystematic definition of logical constants other than connectives, namely, a definition by enumeration-C is a logical constant (other than connective) iff: C is „∀“ or C is „∃“ or C is „=“ (or C is definable from constants on this list and/or logical connectives).“ Viz SHER, Gila. The Formal-Structural View of Logical Consequence, 2001, s. 246.

32) Poznamenejme, že větu pro logiku prvního řádu dokázal v roce 1931 Kurt Gödel, v současných učebnicích nicméně nalezneme typicky jinou variantu důkazu, jmenovitě verzi, kterou formuloval Leon Henkin.

jmenovitě prostřednictvím deduktivního systému, o správnosti jiné charakterizace logického vyplývání, jmenovitě prostřednictvím Tarského definice, o jejíž „korektnosti“ se nemůžeme přesvědčit žádným jiným nezávislým způsobem.[33]

Podle této interpretace věta o úplnosti vlastně vůbec není o „úplnosti“ (rozumíme-li tímto pojmem úplnost deduktivního systému vůči modelově-teoretické charakterizaci logického vyplývání), ale právě naopak spíše o „korektnosti“, protože se jejím prostřednictvím (na základě předpokládané korektnosti deduktivního systému) přesvědčujeme o korektnosti modelově-teoretické definice. Naopak J. Peregrin tuto interpretaci vět o úplnosti odmítá a tvrdí, že ani modelově-teoretickou (sémantickou), ani deduktivní (syntaktickou) charakterizaci logického vyplývání nesmíme ztotožňovat s původním intuitivním pojmem logického vyplývání:

> Axiomatické systémy byly zavedeny pro účely charakterizace a explikace preteoretického pojmu vyplývání; jejich primárním cílem bylo charakterizovat nekonečný počet instancí vyplývání konečnými prostředky (tak, že se rekonstruují jako potenciálně odvoditelné z konečného počtu axiomů pomocí konečného počtu odvozovacích pravidel), to jest artikulovat kritérium vyplývání. Teorie modelů je jenom další metoda této charakterizace (a jako taková je do jisté míry problematická, protože se neomezuje na konečné prostředky, takže nedospívá k něčemu, co lze nazvat kritériem v pravém slova smyslu). Takže důkaz úplnosti logického kalkulu *neukazuje, že je jeho axiomatizace „správná“* (to jest, že přiměřeně zachycuje vztah vyplývání, jak je „přímo“ prezentováno modelově-teoreticky), ale ukazuje, že *dvě alternativní formální charakterizace vyplývání, ta axiomatická a ta modelově-teoretická, vedou k témuž výsledku* (a tak hovoří ve prospěch předpokladu, že obě adekvátně zachycují preteoretický pojem vyplývání).[34]

Na samotný závěr si dovolíme tuto diskusi doplnit ještě o jedno terminologické rozdělení, které je možná triviální, proto mu snad není často přikládá-

---

33) „*The theorem assures us that any argument declared valid by the (modified) Tarskian account is provable in the deductive system, and hence is sure to be logically valid, thanks to the intuitive soundness of that system. Seen in this light, the theorem is actually misnamed, for its import is to transfer our assurance of the soundness of one characterization of consequence, the deductive system, to another characterization of consequence, the Tarskian definition, whose „soundness“ we can never independently ascertain.*“ Viz ETCHEMENDY, John. Reflections on Consequence, 2008, s. 275.

34) PEREGRIN, Jaroslav. *Filosofie a jazyk*, 2003, s. 113. Zvýraznění P. H.

na dostatečná pozornost.[35] V souvislosti s Tarského analýzou bychom si totiž měli položit zásadní otázku, za co vlastně máme Tarského definici považovat: je to skutečně adekvátní *teorie* logického vyplývání, jeho *explikace*, anebo konečně jeho pouhý *model*? Explikací přitom rozumíme – v souladu s Carnapovou terminologií – nahrazení nepřesného pojmu přesným pojmem. (Typickým příkladem explikace tak je nahrazení nepřesného pojmu „tepla" exaktní teplotou měřenou např. ve stupních Celsia.) Úkolem explikace tedy je *explikovat*, resp. zpřesňovat.

Na druhou stranu, úkolem teorie typicky je daný jev *vysvětlit*, tj. popsat jej a navrhnout např. kvantitativní rámec, podle nějž bude tento jev dále zkoumán apod. Teorie by tak měla poskytovat ověřitelné předpovědi, měla by být dostatečně obecná, měla by nám poskytovat hlubší vhled do zkoumaného problému apod. Kupříkladu C. G. Hempel charakterizuje teorie v přírodních vědách následovně: „Úkolem vědeckých teorií je vysvětlit ... pravidelnosti a hlouběji a přesněji porozumět povaze studovaných jevů. Za tímto cílem se teorie snaží pozorované jevy a události rekonstruovat jako vnější projevy nějakých entit a procesů, které leží – tak řečeno – ‚za', resp. ‚pod' těmito jevy."[36] Z tohoto hlediska můžeme Tarského teorii považovat za pokus, jak vysvětlit obecné logické vlastnosti pomocí kvantitativní analýzy a pojmu zachovávání pravdivosti, které leží za konkrétními úsudky a úsudkovými schématy. Cíle, jež si klade model, jsou oproti teorii mnohem skromnější: model (na rozdíl od teorie) může být zcela konkrétní a „specializovaný", dokonce ani nemusí být „správný", měl by nicméně alespoň podobně fungovat. Model by prostě měl daný jev nějak *modelovat*.[37] Jako paradigmatický příklad známého modelu z dějin vědy se často uvádí Bohrův model atomu vodíku. Jednoduchá charakteristika

---

35) Za kritické připomínky k této části děkuji doc. Jiřímu Raclavskému.

36) „*Theories then seek to explain ... regularities and, generally, to afford a deeper and more accurate understanding of the phenomena in question. To this end, a theory construes those phenomena as manifestations of entities and processes that lie behind or beneath them, as it were.*" Viz HEMPEL, Carl Gustav. *Philosophy of Natural Science*, 1966, s. 70 a obecně celou kapitolu 6.

37) Situace je nicméně o něco komplikovanější, než zde uvádíme. Kupříkladu ve filozofii vědy existuje i jiné pojetí modelů, které nekoresponduje s naším elementárním rozlišením. Podle sémantické teorie vědy mohou být modely např. jednoduše nějakými definicemi jednoduchých systémů, které se hodí k popisu určitého reálného systému, dále jednoduchými reprezentacemi reality; něčím, co v sobě nese (je nosičem) vědeckých principů apod. K tomuto pojetí modelů viz ZÁMEČNÍK, Lukáš. Vztah mezi principy a modely v sémantickém pojetí vědeckých teorií, 2012. Tento komplikovanější pojem modelů nicméně nebudeme nadále uvažovat.

tohoto modelu (navržená podle vzoru planetárních systémů), nám umožňuje pochopit některé zákonitosti chování atomů, např. ionizaci v důsledku zahřátí dané látky. V Bohrově modelu atomu jsou nicméně nekonzistentně spojeny teorie odstředivých sil a teorie elektromagnetismu, z nichž první vysvětluje kupř. ionizaci, a druhá vlastnosti spektra vodíku. Nikdo nicméně od tohoto modelu nečeká, že bude ve všech ohledech odpovídat fyzikální realitě.[38]

Analogické modely ovšem existují nejenom v přírodních apod. vědách, ale také v abstraktních vědách, tj. matematice a logice. Jedním z nejznámějších modelů v rámci teorie množin je Kuratowského „definice" uspořádané dvojice, kterou zná každý student matematiky. Tato definice ve skutečnosti není žádnou teorií ani explikací pojmu uspořádané dvojice $\langle a, b\rangle$, která by vysvětlila, proč uspořádaná dvojice *musí být* totožná s množinou $\{\{a\}, \{a, b\}\}$, ale prostě modelem, který chování tohoto preteoretického pojmu úspěšně napodobuje. Ještě názornější příklad v rámci teorie množin předložil Paul Benacerraf.[39] Pochopíme-li jeho příklad, pak snadno nalezneme problematická místa i v případě modelu uspořádané dvojice a dalších modelů.

Podle Benacerrafa si máme představit dva chlapce Johnyho a Ernieho, kteří se začínají učit elementární matematice. Poznamenejme ještě, že jejich otcové jsou matematici a zapřisáhlí zastánci redukce matematiky na teorii množin: jeden z nich učí svého syna (Johnyho) ordinální čísla podle von Neumannovy definice ordinálních čísel, druhý svého syna (Ernieho) podle Zermelovy definice ordinálních čísel. Oba chlapci se rychle naučí elementárním součtům, jako $5 + 7 = 12$ apod., ale protože jsou zvídaví, brzy objeví otázky, které se vymykají počtům, které trénovali. S překvapením tak zjistí, že na rozdíl od známých otázek typu „Kolik je $5 + 7$?", na něž vždy podají stejnou odpověď, existují otázky, v nichž se jejich odpovědi liší. Kupříkladu na otázku, zda platí $0 \in 2$ odpoví Johny „ano" (protože podle definice von Neumannových ordinálů platí $\emptyset \in \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$), zatímco Ernie odpoví „ne" (protože podle definice Zermelových ordinálů $\emptyset \notin \{\{\emptyset\}\}$). Von Neumannova a Zermelova „definice" ordinálů tedy nejsou ve skutečnosti definicemi přirozených čísel, ale jejich množinově-teoretickými *modely*. Analogicky tak můžeme říci,

---

38) A nejméně něco takového očekával samotný Niels Bohr. Viz např. Heisenbergova interpretace jeho rozhovorů s Bohrem v HEISENBERG, Werner. *Část a celek*, 1997, s. 50–51. Jako analogický příklad z fyziky můžeme uvést ještě např. kapkový model atomového jádra, který na rozdíl od Bohrova modelu „vysvětluje" chování atomového jádra při jaderném rozpadu.

39) Viz BENACERRAF, Paul. What Numbers Could Not Be, 1983.

že kupříkladu zastánce Kuratowského definice by mohl dojít k poznatku, že každá *uspořádaná* dvojice obsahuje právě jednu *neuspořádanou* dvojici, což podle jiných definic (tj. modelů) nemusí být pravda.[40]

Tarského definici logického vyplývání lze tedy možná ze všeho nejlépe charakterizovat nikoli jako teorii, která tento pojem vysvětluje, ale spíše jako explikaci, nebo dokonce jako pouhý model logického vyplývání.

Co to nicméně znamená? Podívejme se nejdříve na situaci, kdy se rozhodneme Tarského definici považovat za explikaci. V případě explikace platí, že jeden pojem, intuitivní a nepřesný, nahrazujeme jiným pojmem, který je sice přesný, nemusí ale vystihovat všechny charakteristiky původního pojmu. Výsledkem tak vlastně je, že dostaneme dva nebo dokonce více (při několika různých explikacích) pojmů: kromě nového, explikovaného pojmu, nám zůstane také náš starý intuitivní pojem. J. Peregrin (viz úryvek výše) naznačuje, že v případě pojmu logického vyplývání jde přesně o tuto situaci: kromě výchozího intuitivního pojmu logického vyplývání tak zde máme ještě jeho sémantickou a syntaktickou explikaci.

Jaká situace by nastala v případě, že bychom Tarského definici považovali za pouhý model logického vyplývání?[41] Na základě výše uvedených příkladů Bohrova modelu atomu a Kuratowského modelu uspořádané dvojice si můžeme dovolit učinit předpověď, že v některých případech bude daný model fungovat celkem dobře a předvídatelně, v jiných situacích však zcela nepředvídatelně a chybně. Může například vést k chybným otázkám a pseudoproblémům. Vlastně se jedná o stejnou situaci jako v případě Bohrova modelu atomu, kdy nás intuitivně napadne otázka: „Proč vlastně elektron nespadne na jádro?“ Z hlediska kvantové mechaniky tato otázka nemá smysl, ale má smysl z hlediska Maxwellovy teorie elektromagnetismu, z níž Bohrův model vychází. A přesně na podobné případy selhání zřejmě poukazuje Etchemendy: stačí vzpomenout si kupříkladu na numerická tvrzení, která podle Tarského definice logických vlastností musíme striktně vzato považovat za logické pravdy, přestože se z intuitivního hlediska o žádné logické pravdy nejedná; příkladem pseudoproblému může být problém logických konstant.

---

40) Kupříkladu podle definice $\langle a, b \rangle =_{df} \{\{\emptyset, a\}, \{\{\emptyset\}, b\}\}$ „obsahuje“ *uspořádaná* dvojice nikoli pouze jednu, ale hned dvě *neuspořádané* dvojice.

41) Poznamenejme, že explicitně za pouze matematický model považuje Tarského definici kupříkladu S. Shapiro. Viz SHAPIRO, Stewart. Logical Consequence: Models and Modality, 1998, s. 131–132.

Jakou variantu tedy volí sám Etchemendy? Z textu knihy plyne, že Tarského analýzu považuje za ten nejsilnější případ, tj. za *teorii* logického vyplývání, přestože z intuitivního hlediska je tato varianta vlastně nejméně pravděpodobná. Přiznejme Etchemendymu nicméně, že zde pouze do důsledku domýšlí to, co skutečně sám Tarski ve svém článku – možná neopatrně – tvrdil. Je tedy Tarského analýza logických vlastností zcela chybná, jak naznačuje Etchemendy? Na tuto otázku se zde neodvážíme autoritativně odpovědět; zejména nikoli proto, že diskuse nadále pokračuje. Kupříkladu Ignacio Jané tvrdí, že Tarského definice je správná, považujeme-li ji za explikaci pojmu logického vyplývání v tom smyslu, v jakém se tento pojem používá v rámci axiomatických teorií.[42] Omezíme-li tedy mírně Tarského slovník, kde výraz „běžný pojem vyplývání" nahradíme výrazem „pojem vyplývání v axiomatických teoriích", automaticky se rozplynou některé Etchemendyho námitky. Na druhou stranu: opravdu lze tuto interpretaci stoprocentně sladit s tím, co Tarski explicitně ve svém článku tvrdí?

Slibným dojmem možná působí rekurzivně-sémantická teorie logického vyplývání, která se díky tomu, že dokáže nezávisle generovat množinu logických pravd a platných úsudků, úspěšně vyhýbá jednomu z hlavních problémů původní Tarského definice.[43] Etchemendy totiž zdůrazňuje, že o logické platnosti instancí úsudků tvaru *modus ponens* apod. se nemůžeme přesvědčit jen na základě konkrétních instancí těchto úsudků:

> Zásadní vlastností [úsudků ve tvaru] *modus ponens* je to, že víme, že všechny instance tohoto schématu zachovávají pravdivost, aniž bychom museli znát konkrétní pravdivostní hodnoty všech výroků ve všech jeho možných instancích. Můj osobní názor je, že to víme na základě významu výrazu „jestliže-pak" a našich znalostí o tom, jak k pravdivostním hodnotám premis a závěru přispívají ostatní výrazy.[44]

42) Jané doslova tvrdí, že Tarski svým „běžným pojmem" (tj. *common concept*) nemá ve skutečnosti na mysli intuitivní pojem logického vyplývání, ale spíše pojem logického vyplývání v rámci axiomatických teorií. Z tohoto hlediska můžeme tedy (podle hlediska naší terminologie) Tarského definici považovat nejen za explikaci, ale i za teorii logického vyplývání. Viz JANÉ, Ignacio. What Is Tarski's Common Concept of Consequence?, 2006.

43) KOREŇ, Ladislav. Quantificational Accounts of Logical Consequence III: The Standard Model-theoretic Account: Quantificational Approach Triumphant? Preprint. Děkuji dr. Ladislavu Koreňovi za laskavé poskytnutí preprintu druhé a třetí části své práce o kvantifikačním pojetí logického vyplývání.

44) „*The crucial feature of* modus ponens *is that we can recognize that all of its instances preserve truth without knowing the specific truth values of the sundry instances. My own view is that we re-*

Podle Tarského definice, která je typem kvantitativní analýzy logického vyplývání, však nemůžeme vědět, že *modus ponens* je platné úsudkové schéma, nevíme-li předem, že všechny instance tohoto schématu zachovávají pravdivost. Můžeme-li tedy tomuto schématu důvěřovat, aniž bychom prověřili všechny jeho instance, musíme mít nějaké vnější kritérium. V knížce a znovu v eseji Reflexions on Consequence Etchemendy naznačuje, že klíčem by mohlo být analytické pojetí logické pravdy a logického vyplývání. Existují-li ale i jiné způsoby, jak generovat spolehlivá úsudková schémata, např. pomocí nějaké rekurzivní procedury, pak se možná jedná o alternativu vůči Etchemendyho návrhu. Na druhou stranu, čtenáři Etchemendyho knížky jistě nemusíme připomínat, že k možnosti definovat pojem logické pravdy (a logického vyplývání) rekurzivním způsobem se autor kriticky vyjadřoval již v desáté kapitole, v části nazvané „Carnapův postřeh" (viz s. 178–182). Možná tedy ani v případě této alternativy, jak opravit Tarského definice, ještě nepadlo poslední slovo.

Další alternativu nabízí kupříkladu Gila Sher se svým „formálně-strukturálním" pojetím logiky.[45] Pro toto pojetí je příznačné, že formálnost nechápe jen jako syntaktický pojem (jak jsme ji charakterizovali výše v našich úsudcích o výstředních vědcích), ale spíše jako *sémantický* pojem. (Sher se při popisu svého pojetí odvolává na pojetí struktur podobné pojetí v tzv. strukturalistické filozofii matematiky.) Cílem této teorie je definovat logické vyplývání tak, aby se úsudky, které jsou podle formálně-strukturálního pojetí logicky platné, vyznačovaly některými charakteristikami, na něž Tarského teorie (jak dokládá Etchemendy) nestačí, např. aby se logické vyplývání vyznačovalo nějakou formou nutnosti. Neformálně (a nepřesně) můžeme logické vyplývání v tomto pojetí charakterizovat pomocí podmínky: „Tvrzení σ je logickým důsledkem premis Σ právě tehdy, jestliže neexistuje *žádný možný svět*, v němž by všechny výroky z množiny Σ byly pravdivé, a tvrzení σ přesto bylo nepravdivé." Statusu nutnosti logického vyplývání se Sher snaží dosáhnout pomocí odvolání se na nějaké univerzální zákony, které platí mezi skutečnostmi, o nichž vypovídají premisy a závěr. O něco formálněji a přesněji tak logické vyplývání definuje Sher následovně:

---

cognize this by virtue of the meaning of the expression if... then *and our knowledge of how the remaining constituents can contribute to the truth values of the premises and conclusion."* Viz ETCHEMENDY, John. Reflections on Consequence, 2008, s. 268.

45) Formálně-strukturální pojetí logiky vypracovala Sher v knize SHER, Gila. *The Bounds of Logic*,1991. Z novějších prací viz např. SHER, Gila. The Foundational Problem of Logic, 2013.

> Jestliže výrok σ logicky plyne z množiny výroků Σ, pak tento fakt můžeme vysvětlit pomocí určitého formálního, resp. strukturálního vztahu mezi situací, o níž hovoří výroky z množiny Σ a situací, jíž popisuje σ, resp. alternativně pomocí formálních vztahů mezi vlastnostmi, které nějakým objektům přisuzují prvky Σ a jež jim přisuzuje výrok σ. Jinými slovy: σ je logickým důsledkem Σ právě tehdy, když formální stavba situace, kterou popisují tvrzení Σ, je příbuzná formální stavbě, o níž hovoří σ, přičemž tuto spřízněnost garantuje nějaký zákon, který říká, že jestliže nastane první situace, pak musí nastat rovněž druhá situace. Použijeme-li o něco neutrálnější terminologii, pak lze říci, že logické vyplývání je zaručeno nějakým univerzálním zákonem, který je pojítkem mezi formálními prvky obsaženými v pravdivostních podmínkách premis a závěru.[46]

Zdá se tedy, že rovněž formálně-strukturální pojetí logického vyplývání může představovat řešení některých problémů, na něž poukázal Etchemendy. Nicméně, v případě tohoto pojetí – protože se s původní Tarského koncepcí již značně rozchází – je poměrně problematické tvrdit, že se jedná o opravu Tarského teorie.

Diskuse o pojmu logického vyplývání tedy stále ještě neskončila, ale nadále trvá a stále nás může překvapit. Platí nicméně, že některá zmatení v Tarského analýze, na něž Etchemendy poukázal, jsou neoddiskutovatelná. Je-li však tato kritika správná, pak tento fakt má – jak poukazuje Etchemendy – především osvobozující účinek. Padají kupříkladu zábrany, podle nichž bychom neměli logiku druhého řádu považovat za „skutečnou" logiku, neboli můžeme odmítnout známý slogan, podle nějž je tato logika vlastně jen „teorií množin v přestrojení". Nic nám také nebrání studovat deduktivní systémy na jiných typech lingvistických výrazů, než jsou výroky, např. na imperativech, dovoleních, normativních tvrzeních apod., tj. výrazech, jež ze své definice jednoduše nemají a (pravděpodobně) *nemohou* mít žádné pravdivostní

---

[46] „*When a sentence σ stands in the relation of logical consequence to a set of sentences Σ, this can be explained by a certain formal or structural connection between the situation described by Σ and that described by σ, or alternatively, by a certain formal connection between the properties attributed to objects by Σ and those attributed to them by σ. In other words, σ is a logical consequence of Σ iff the formal skeleton of the situation delineated by Σ is related to the formal skeleton of the situation delineated by σ by a law that guarantees that if the former situation holds so does the latter. Using a more neutral terminology we can say that a given logical consequence is grounded in a universal law connecting formal elements in the truth conditions of its premises and conclusion.*" Viz SHER, Gila. The Foundational Problem of Logic, 2013, s. 169.

hodnoty, a tudíž je nelze studovat pomocí Tarského metod.[47] Padají také zábrany vůči heterogennímu usuzování a vůči dlouho podceňované roli diagramů v usuzování.[48] Poznamenejme, že kupříkladu právě heterogenní usuzování představovalo značnou inspiraci pro oblíbenou úvodní učebnici logiky Jona Barwise a Johna Etchemedyho *Language, proof, and logic*, která obsahuje oblíbený software Tarski's World.[49] Novou inspiraci mohou ale v logice nalézt také filozofové, protože zpochybnění Tarského analýzy má zásadní vliv například na Quinovo odmítnutí rozlišení mezi analytickými a syntetickými výroky,[50] analogicky bude možná nutné přehodnotit význam Putnamova argumentu proti realismu apod.

Nicméně, v každém případě platí, že Etchemendyho kniha je zajímavým a provokujícím čtením. Čtenář, který si knihu prostuduje, je přinucen skutečně do hloubky promyslet základní logické pojmy. Musí se vypořádat s Etchemendyho úmornou argumentací a musí v některých případech opustit své zažité názory. Ale nehledě na to, zda se s Etchemendyho kritikou stoprocentně ztotožní nebo nikoliv, bude určitě odměněn hlubším porozuměním fundamentálním otázkám logiky. Přesně tento názor na Etchemendyho knížku má ostatně kupříkladu S. Guttenplan:

> [Tato knížka] může zároveň sloužit jako jakási paralelní učebnice pro (nadaného) začínajícího studenta logiky. Prostudujte si [Etchemendyho] argument – můžeme doporučit takovému studentovi – a získáte tak hluboké znalosti logiky, jaké vám nemůže dát žádná obyčejná učebnice logiky.[51]

A právě z těchto důvodů jsme se pokusili zpřístupnit tuto knihu také v českém jazyce.

---

47) K deontické logice viz například SVOBODA, Vladimír. *Logika pro Pány, Otroky a Kibice*, 2013. V rámci deontické logiky na tento problém explicitně poukazuje tzv. Jørgensenovo dilema.

48) Kupř. Sun-Joo Shin úspěšně rehabilitovala roli Vennových diagramů v logice a dokázala věty o korektnosti a úplnosti Vennových diagramů vůči monadické predikátové logice. Viz SHIN, Sun-Joo. *The Logical Status of Diagrams*, 1994.

49) Poznamenejme, že se připravuje český překlad druhého vydání této knihy, tj. BARKER-PLUMMER, Dave, BARWISE, Jon a John ETCHEMENDY. *Language, proof, and logic*, 2011.

50) Viz ETCHEMENDY, John. Reflections on Consequence, 2008, s. 297.

51) „*[This book is] one that could well serve as a sort of parallel textbook to the beginning (good) student of logic. Follow this argument – one might say to such a student – and you will come away with a depth of knowledge of logic that no straightforward textbook could provide*." Viz GUTTENPLAN Samuel. *The Concept of Logical Consequence* by John Etchemendy, 1991, s. 382.